



Optimierung / OR I

Übungsblatt 4

Aufgabe 1:

Gegeben sei das lineare Optimierungsproblem

$$\begin{aligned} \max \quad & 4x + 2y + 3z \\ & 6x + 2y + 2z \leq 200 \\ & 6x + 2y + 6z \leq 400 \\ & x, y, z \geq 0 \end{aligned}$$

1. Überführen Sie das Problem in die kanonische Form und geben Sie eine Ecke des zulässigen Bereichs an.
2. Geben Sie ein Tableau der Form

$$\begin{array}{c|c|c} 0^T & p^T & -c_Z^T \bar{x}_Z \\ \hline I & Q & \bar{x}_Z \end{array}$$

an, welches dem Problem und der von ihnen im ersten Aufgabenteil angegebenen Ecke entspricht.

3. Wenden Sie das in Kapitel 5 beschriebene Simplex-Verfahren auf das Tableau des vorherigen Aufgabenteils an.

(10 Punkte)

Aufgabe 2:

Gegeben sei das lineare Ungleichungssystem

$$(P) \begin{pmatrix} 2 & -2 & 4 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \end{pmatrix}, x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

→ b.w.

- (i) Bestimmen Sie, wie in Abschnitt 5.3 der Vorlesung beschrieben, eine Ecke des durch (P) beschriebenen Polyeders.
- (ii) Sei P die Menge aller Punkte, die (P) erfüllen. Wenden Sie dann das Simplex-Verfahren an, um eine optimale Lösung für das Problem

$$\max_{(x_1, x_2, x_3)^T \in P} x_1 + x_2 + x_3$$

zu finden.

(10 Punkte)

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes LP: $\min c^T x$, s.d. $Ax = b, x \geq 0, A \in \mathbb{R}^{m \times n}, \text{rang}(A) = m$. Ferner sei eine optimale Lösung mit Basisindexmenge Z gegeben. Nun ersetzen wir b durch $b + \lambda d$ mit λ Skalar und $0 \neq d \in \mathbb{R}^m$. Unter welchen Voraussetzungen ist die Basisindexmenge Z optimal für alle $\lambda \geq 0$?

(10 Punkte)

Zusatzaufgabe (ohne Punkte)

In einer Möbelwerkstatt werden Tische und Stühle hergestellt. 3 Schreiner arbeiten dort je 8 Stunden pro Tag. Zur Herstellung müssen die Einzelteile der Möbel erst zersägt, dann gehobelt und zum Schluss zusammengesetzt werden. Die Säge schafft pro Tag maximal 80 Stühle oder 20 Tische, die Möbelmaschine 90 Tische oder 60 Stühle. Pro Stuhl müssen 8 Minuten, pro Tisch 96 Minuten Arbeitszeit aufgebracht werden.

Ein Tisch bringt 140 Euro Gewinn, ein Stuhl 40 Euro.

- (i) Die Werkstatt möchte ihren Gewinn maximieren. Stellen Sie das dazugehörige LP auf.
- (ii) Angenommen, die Werkstatt kann nur komplette Essgruppen bestehend aus einem Tisch und 4 Stühlen verkaufen. Wie sieht nun das dazugehörige LP aus, das den Gewinn maximiert?

(0 Punkte)

Abgabetermin: 22.Mai, vor der Übung (14.15 Uhr).