Dr. Jens Maßberg
Dr. Chistian Löwenstein

Institut für Optimierung und Operations Research
Sommersemester 2013

Optimierung / OR I

Übungsblatt 7

Aufgabe 1: Zeigen Sie: Für jeden rationalen polyedrischen Kegel C existiert eine endliche Menge X ganzzahliger Vektoren, die C erzeugt und für die jeder ganzzahlige Vektor in C eine nicht-negative ganzzahlige Linearkombination der Elemente aus X ist. (Eine solche Menge X nennt man eine *Hilbert Basis* für C.)

(10 Punkte)

Aufgabe 2: Seien P und Q rationale Polyeder in $\mathbb{R}^n$. Zeigen Sie, dass $P_I + Q_I \subseteq (P+Q)_I$ gilt. Warum gilt nicht immer Gleichheit?

(10 Punkte)

Aufgabe 3: Zeilenintervallmatrizen sind Matrizen $A \in \{0,1\}^{m \times n}$, $A = (a_{i,j})_{(i,j)\in[m]\times[n]}$, bei denen sämtliche Zeilen die Form $(0,\ldots,0,1,\ldots,1,0,\ldots,0)$ haben (d.h. es gibt keine $i \in [m], j_1, j_2, j_3 \in [n]$ mit $j_1 < j_2 < j_3$ und $a_{i,j_1} = 1, a_{i,j_2} = 0, a_{i,j_3} = 1$).
Zeigen Sie, dass alle Zeilenintervallmatrizen vollständig unimodular sind.

(10 Punkte)

→ b.w.

Zusatzaufgabe (ohne Punkte) Wir betrachten boolesche Funktionen $f : \mathbb{B}^n \to \mathbb{B}$ mit $\mathbb{B} = \{0, 1\}$, die als Konjunktion von Disjunktionen von Literalen gegeben sind wie zum Beispiel

$$f(x_1, \dots, x_n) = (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_4) \wedge \dots$$

Das Erfüllbarkeitsproblem ist

$$\exists (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{B}^n : f(x_1, \dots, x_n) = 1?$$

Formulieren Sie das Erfüllbarkeitsproblem als ganzzahliges lineares Programm für die folgende boolsche Funktion:

$$f(x_1, \dots, x_4) = (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_4) \wedge (x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_4}) \wedge (\overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4).$$

Was passiert, wenn Sie die Ganzzahligkeitsbedingung in Ihren Programm weglassen? Anmerkung: Jede boolsche Funktion kann als Konjunktion von Disjunktionen von Literalen geschrieben werden.

(0 Punkte)

Abgabetermin: 12.Juni, vor der Übung (14.15 Uhr).