

Übungsblatt 6

10) Seien $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^2$, $|\mathcal{D}| < \infty$, $\mathcal{F} = \mathbb{R}^2$, $f_a = f_b$ für alle $a, b \in \mathcal{F}$, und $c_{ij} = |x_i - x_j| + |y_i - y_j|$ für $i = (x_i, y_i) \in \mathcal{F}$ und $j = (x_j, y_j) \in \mathcal{D}$. Betrachten Sie nun das Facility Location Problem ohne Kapazitätsschranken auf $(\mathcal{D}, \mathcal{F}, \{f_i\}, \{c_{ij}\})$.

Zeigen Sie, dass es eine optimale Lösung für das Problem gibt, bei dem alle geöffneten Facilities auf Knoten des von den Klienten \mathcal{D} induzierten Hanan-Gitters liegen.

11) Sei $(\mathcal{D}, \mathcal{F}, \{f_i\}, \{c_{ij}\})$ mit $\mathcal{D} \subset \mathcal{F}$ und $f_a = f_b$ für alle $a, b \in \mathcal{F}$ eine Instanz des Facility Location Problem ohne Kapazitätsschranken mit metrischen Verbindungskosten.

Zeigen Sie, dass es eine zulässige Lösung gibt, bei der nur Facilities auf Positionen von Klienten geöffnet werden, und die höchstens doppelt soviel kostet wie eine optimale Lösung.

Tipp: Gehen Sie zunächst davon aus, dass in einer optimalen Lösung nur eine Facility geöffnet wird. Zeigen Sie nun, dass es eine Lösung gibt, bei der eine Facility auf einer Klientenposition geöffnet wird und die höchstens die doppelten Verbindungskosten hat.

Dieser Übungszettel wird in der Übung bearbeitet.