Abgabe **vor** der Vorlesung am Di., **29.04.14** um 10:15 Uhr im Raum E 20.

Aufgabe 1 (Prüfsummen, Modulo-Rechnen)

Die Strichcodes auf Artikeln in Supermärkten (***E**uropean **A**rticle **N**umber*) sind wie die ISBN 13-stellig mit einer Prüfziffer an der 13. Stelle. Die Prüfgleichung ist wie bei der ISBN ($\rightsquigarrow$ Beispiel 1.1.1).

a) Berechne (von Hand) die letzte Ziffer des Strichcodes: 9 241536 84121 ↑ .

b) In einer EAN sei genau eine Ziffer a_j (mit bekanntem $j \in \{1, \dots, 13\}$) falsch. Zeige dass dies immer korrigiert werden kann. Ist der verwendete Code demnach 1-fehlerkorrigierend?

(1+1 = **2 P**)

Aufgabe 2 (Rechnen über $\mathbb{F}_2$)

Gegeben sei

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in M_{4,6}(\mathbb{F}_2)\ .$$

Weiter seien alle Vektoren Spaltenvektoren.

a) Berechne den Rang von A über dem Körper $\mathbb{F}_2 = \{0, 1\}$.

b) Die Zeilen von A erzeugen einen $\mathbb{F}_2$-Vektorraum V. Ist $v = (0, 0, 1, 1, 1, 0) \in V$?

c) Bringe A durch elementare Zeilenoperationen auf normalisierte Zeilenstufenform, d.h. auf die Form $\tilde{A} = (I_4 \mid B)$, wobei I_4 die 4×4-Diagonalmatrix ist.

d) Berechne $\tilde{A} \cdot (B^t \mid I_2)^t$. (1+1+2+1 = **5 P**)

Aufgabe 3 (Ein erster linearer Code)

Gegeben sei der Vektorraum $\mathbb{F}_2^5$, veranschaulicht durch seine Elemente:

$$(0,0,0,0,0) \quad , \quad (0,0,0,0,1) \quad , \quad (0,0,0,1,0) \quad , \quad \dots \quad , \quad (1,1,1,1,1)$$

Wir wollen einen linearen Code, d.h. einen Untervektorraum $\mathcal{C} \subset \mathbb{F}_2^5$ konstruieren.

a) Welche Minimaldistanz müssen die Codewörter haben damit man Einzelfehler korrigieren kann?

b) Gib alle Elemente eines linearen 1-fehlerkorrigierenden Codes $\mathcal{C}$ maximaler Dimension in $\mathbb{F}_2^5$ an. Gib außerdem eine Basis für $\mathcal{C}$ an.

c) Finde einen linearen 2-fehlerkorrigierenden Code $\mathcal{C}$ in $\mathbb{F}_2^5$. Zeige, dass dieser Code eindeutig ist. (0,5+2+0,5 = **3 P**)