# Geometrie: Blatt 8

Stefan Wewers
Michael Eskin
**Abgabe:** 23.6., vor der Übung
aktualisierte Version vom 17.6.

**Aufgabe 1:** (5+5 Punkte)

(a) Beweisen Sie das Lemma 3.16 im Skript: für $v_1, v_2, w_1, w_2 \in \mathbb{R}^2$ mit

$$||v_1|| = ||w_1|| \neq 0, \quad ||v_2|| = ||w_2|| \neq 0, \quad \langle v_1, v_2 \rangle = \langle w_1, w_2 \rangle \neq 0$$

gibt es genau eine orthogonale Matrix $S \in \mathrm{O}_2(\mathbb{R})$ mit

$$S \cdot v_1 = w_1, \quad S \cdot v_2 = w_2.$$

(Hinweis: aus Lemma 3.14 und 3.15 folgt, dass es genau zwei $S \in \mathrm{O}_2(\mathbb{R})$ gibt mit $Sv_1 = w_1$.)

(b) Bestimmen Sie $S$ wie in (a) explizit für die Vektoren

$$v_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \ v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \ w_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \ w_2 = \begin{pmatrix} 6/5 \\ 8/5 \end{pmatrix}.$$

**Aufgabe 2:** (4+3+3 Punkte)

Sei $\mathbb{E} := \mathbb{R}^2$ die euklidische Standardebene und $\Delta = ABC$, $\Delta' = A'B'C'$ Dreiecke mit den Eckpunkten

$$A = (1,1),\ B = (0,3),\ C = (-1,1),\ A' = (2,0),\ B' = (4,0),\ C' = (3,-2).$$

(a) Geben Sie zwei verschiedene Kongruenzabbildungen $\phi \in \mathrm{Iso}(\mathbb{E})$ an mit

$$\phi(\Delta) = \Delta'.$$

(b) Bestimmen Sie den Typ und die Fixpunktmenge der Kongruenzen aus (a).

(c) Begründen Sie, warum es genau zwei Kongruenzen $\phi$ mit $\phi(\Delta) = \Delta'$ gibt.

**Aufgabe 3:** (4+6 Punkte)

Sei $\mathbb{E}$ eine euklidische Ebene und $g, l \subset \mathbb{E}$ zwei Geraden. Wir bezeichnen mit $s_g$ (bzw. $s_l$) die Spiegelung an $g$ (bzw. an $l$).

(a) Welchen Typ hat die Kongruenzabbildung $s_g \circ s_l \in \mathrm{Iso}(\mathbb{E})$? Unterscheiden Sie die drei Fälle $g = l$, $g \parallel l$ und $g \cap l = \{P\}$.

(b) Geben Sie eine notwendige und hinreichende Bedingung an für die Gleichheit

$$s_g \circ s_l = s_l \circ s_g.$$