



Übungsblatt 13

Algebraische Zahlentheorie

Die Besprechung erfolgt am Mittwoch, dem 05.02.2014,
um 14:00 Uhr in O28 - 2003.

Aufgabe 1

(5*+5*+5*+5*)

- (a) Finden Sie primäre Primelemente π, λ, ρ in $\mathbb{Z}[\omega]$ die $p = 7, l = 11$ und $q = 13$ teilen.
- (b) Verifizieren Sie durch direktes Nachrechnen die Gültigkeit des kubischen Reziprozitätsgesetzes für obige Primelemente, d.h. die Identitäten

$$\left(\frac{\pi}{\lambda}\right)_3 = \left(\frac{\lambda}{\pi}\right)_3, \quad \left(\frac{\pi}{\rho}\right)_3 = \left(\frac{\rho}{\pi}\right)_3, \quad \left(\frac{\lambda}{\rho}\right)_3 = \left(\frac{\rho}{\lambda}\right)_3.$$

Aufgabe 2

(5*+5*+5*)

Finden Sie für die folgenden quadratischen Zahlkörper K eine Einbettung in $\mathbb{Q}[\zeta_n]$ und den zugehörigen quadratischen Dirichletcharacter $\chi : (\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^\times \rightarrow \mu_2$, sodass $K = \mathbb{Q}[\zeta_n]^{(\ker \chi)}$.

- (a) $K = \mathbb{Q}[\sqrt{2}]$
- (b) $K = \mathbb{Q}[\sqrt{-2}]$
- (c) $K = \mathbb{Q}[\sqrt{-5}]$