

Elemente der Algebra: Blatt 14

Irene Bouw
Michael Eskin

Abgabe: 02.02.2015, vor der Übung

Hinweis zur Abgabe der Übungsblätter: Die Übungsaufgaben sind zu zweit abzugeben. Einzelabgaben sind nur im Ausnahmefall gestattet!

Aufgabe 1 (1+1+1+1 Punkte)

Gegeben seien die folgenden Polynome in $K[X]$. Sind diese irreduzibel?

- (i) $X^4 + 7X^3 + 49X + 77 \in \mathbb{Q}[X]$
- (ii) $X^4 + 5X^2 + 6 \in \mathbb{Q}[X]$
- (iii) $X^3 + 2X + 1 \in \mathbb{R}[X]$
- (iv) $X^3 + 2X + 1 \in \mathbb{Q}[X]$

Aufgabe 2 (2+2+2 Punkte)

Sei K ein Körper und $K[X, Y]$ der Polynomring in zwei Variablen mit Koeffizienten in K .

- (a) Zeigen Sie, dass X und Y in $K[X, Y]$ teilerfremd sind, aber dass keine Polynome $f, g \in K[X, Y]$ existieren sodass $1 = fX + gY$.
- (b) Zeigen Sie, dass $I = (X, Y) \subset K[X, Y]$ kein Hauptideal ist.
- (c) Sei $f = Y^2 - X^3 \in \mathbb{Q}[X, Y] = (\mathbb{Q}[X])[Y]$. Zeigen Sie, dass f irreduzibel ist.

Hinweis: Argumentieren Sie wie in Lemma 3.5.1.