

Elemente der Algebra: Blatt 15

Irene Bouw
Michael Eskin

Abgabe: 09.02.2015, vor der Übung

Hinweis zur Abgabe: Dieses Übungsblatt sollen nur diejenigen abgeben, die noch nicht die 50% erreicht haben. Alle anderen Abgaben werden nicht korrigiert!

Aufgabe 1 (2+1+2 Punkte)

- (a) Bestimmen Sie $\min_{\mathbb{Q}}(\sqrt{2} + \sqrt{3})$.
- (b) Zeigen Sie, dass $\mathbb{Q}(\sqrt{2} + \sqrt{3}) = \mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3})$.
- (c) Bestimmen Sie $n = [\mathbb{Q}(\sqrt{2} + \sqrt{3}) : \mathbb{Q}]$.

Aufgabe 2 (2+2+1 Punkte)

Sei $f = X^4 + X + 1 \in \mathbb{F}_2[X]$.

- (a) Zeigen Sie, dass $\mathbb{F}_2[X]/(f) =: k$ ein Körper mit 16 Elementen ist.
- (b) Bestimmen Sie das Inverse von $1 + X^2 + (f)$.
- (c) Zeigen Sie, dass $k^* = k \setminus \{0\}$ eine zyklische Gruppe ist.

Hinweis: Bestimmen Sie die Ordnung von $X + (f)$.