

# Elemente der Algebra: Blatt 15

Irene Bouw  
Michael Eskin

**Abgabe:** 09.02.2015, vor der Übung

**Hinweis zur Abgabe:** Dieses Übungsblatt sollen nur diejenigen abgeben, die noch nicht die 50% erreicht haben. Alle anderen Abgaben werden nicht korrigiert!

## Aufgabe 1 (2+1+2 Punkte)

- (a) Bestimmen Sie  $\min_{\mathbb{Q}}(\sqrt{2} + \sqrt{3})$ .
- (b) Zeigen Sie, dass  $\mathbb{Q}(\sqrt{2} + \sqrt{3}) = \mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ .
- (c) Bestimmen Sie  $n = [\mathbb{Q}(\sqrt{2} + \sqrt{3}) : \mathbb{Q}]$ .

## Aufgabe 2 (2+2+1 Punkte)

Sei  $f = X^4 + X + 1 \in \mathbb{F}_2[X]$ .

- (a) Zeigen Sie, dass  $\mathbb{F}_2[X]/(f) =: k$  ein Körper mit 16 Elementen ist.
- (b) Bestimmen Sie das Inverse von  $1 + X^2 + (f)$ .
- (c) Zeigen Sie, dass  $k^* = k \setminus \{0\}$  eine zyklische Gruppe ist.

**Hinweis:** Bestimmen Sie die Ordnung von  $X + (f)$ .