

Elemente der Algebra: Blatt 6

Irene Bouw
Michael Eskin

Abgabe: 24.11.2014, vor der Übung

Hinweis zur Abgabe der Übungsblätter: Die Übungsaufgaben sind zu zweit abzugeben. Einzelabgaben sind nur im Ausnahmefall gestattet!

Aufgabe 1 (1+2+2 Punkte)

Sei Q die Quaternionengruppe wie in Aufgabe 1 von Blatt 4.

- (a) Zeigen Sie, dass die Untergruppen $\langle I \rangle$ und $\langle -E_2 \rangle$ Normalteiler von Q sind.
- (b) Bestimmen Sie die Kardinalität der jeweiligen Faktorgruppen. Welche der Faktorgruppen sind zyklisch?
- (c) Bestimmen Sie ob folgende Untergruppen Normalteiler sind:

$$O_2(\mathbb{R}) \subset GL_2(\mathbb{R}), \quad S_3 \subset S_4.$$

Aufgabe 2 (1+2+2 Punkte)

Sei D_6 die Diedergruppe der Ordnung 12.

- (a) Zeigen Sie, dass $H = \langle r^3 \rangle \subset D_6$ ein Normalteiler ist,
- (b) Bestimmen Sie alle Linksnebenklassen von H in D_6 .
- (c) Zeigen Sie, dass $D_6/H \simeq D_3$, indem sie explizit 2 Linksnebenklassen ρ, σ angeben mit $\text{ord } \rho = 3, \text{ord } \sigma = 2$ und $\sigma\rho\sigma = \rho^{-1}$.