

Übungen zu Ökonometrie - Blatt 3

Abgabe: 14.06.2013 vor den Übungen

Aufgabe 1

Welche der folgenden parametrischen Familien von Verteilungen $\{P_\theta, \theta \in \Theta \subset \mathbb{R}\}$ mit Zähldichte bzw. Dichtefunktion $f(\cdot; \theta)$ bilden eine einparametrische Exponentialfamilie?

(a) $f(x; \theta) = \frac{1}{2\theta} \mathbb{I}_{(-\theta, \theta)}(x)$, wobei $\theta > 0$ und $x \in \mathbb{R}$,

(b) $f(x; \theta) = \binom{n}{x} \theta^x (1 - \theta)^{n-x} \mathbb{I}_{\{0, \dots, n\}}(x)$, wobei $n \in \mathbb{N}$ bekannt sei und $0 < \theta < 1$.

(6)

Aufgabe 2

Zeige, dass $\mathbb{E}Y = b^{(1)}(\theta)$, und $\text{Var}Y = \tau^2 b^{(2)}(\theta)$, falls Y zu einer einparametrischen Exponentialfamilie gehört, wobei $\mathbb{E}Y^2 < \infty$ für alle $\theta \in \Theta$ und b zweimal stetig differenzierbar ist. Gehe dabei davon aus, dass Y absolutstetig ist.

(12)

Aufgabe 3

Berechne die natürliche Linkfunktion, den Score-Vektor $U(\beta)$, die Fisher-Informationsmatrix $I(\beta)$ und die Hessematrix $W(\beta)$ folgender Verteilungen.

(a) Gammaverteilung $\Gamma(b, p)$, $b > 0$, wobei $p > 0$ bekannt sei,

(b) Binomialverteilung $\text{Bin}(n, p)$, $p \in (0, 1)$, wobei $n \in \mathbb{N}$ bekannt sei.

(8)