Prof. Dr. Evgeny Spodarev
Dipl.-Math. Stefan Roth

SS 2015
12. Mai 2015

Stochastik I - Übungsblatt 5

Abgabe: 19. Mai vor Beginn der Übung.

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Es seien $X_1, \dots, X_n$ unabhängig mit $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$, $i = 1, \dots, n$, wobei $\mu \in \mathbb{R}$ und $\sigma^2 > 0$ seien.

Berechne den Erwartungswert von $S_n = \sqrt{S_n^2}$ und $\tilde{S}_n = \sqrt{\tilde{S}_n^2}$

Aufgabe 2 (4 + 3 + 2 Punkte)

Betrachte die Zufallsstichprobe $X_1, \dots, X_n$ von i.i.d. Zufallsvariablen mit $X_i \sim Exp(\lambda)$, $i = 1, \dots, n$. $\hat{\mu}_1 = c_1 \bar{X}_n$ und $\hat{\mu}_2 = c_2 \min\limits_{i=1,\dots,n} X_i$ seien Schätzer für $\mu = \mathbb{E}X_1$, für $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$.

(a) Bestimme c_1 und c_2 so, dass $\hat{\mu}_1$ und $\hat{\mu}_2$ erwartungstreu sind (und verwende diese Werte in den Teilen (b) und (c)).

(b) Bestimme die Dichte der beiden Schätzer.

(c) Welcher Schätzer ist besser (für welche n)?

Aufgabe 3 (3 Punkte)

Es gilt $Var_\theta \tilde{S}_n^2 = \frac{\mu_4' - \sigma^4}{n}$. Charakterisiere die Verteilungen, für die $Var_\theta \tilde{S}_n^2 = 0$ gilt, für alle $n \geq 2$, d.h. finde ein sowohl hinreichendes als auch notwendiges Kriterium dafür.

Aufgabe 4 (2 + 3 Punkte)

Betrachte den Datensatz `koerper.data`. Er enthält das Gewicht und die Größe von 10 Versuchspersonen.

(a) Berechne den Bravais-Pearson-Korrelationskoeffizienten der Spalten Größe und Gewicht.

(b) Berechne auch ihren Spearmans-Korrelationskoeffizienten, indem du nur einfache Funktionen benutzt.

Hinweis: Mit `length(x[x<=x[i]])` kann man in **R** den Rang des i-ten Eintrags von x bestimmen.