



3. Übungsblatt
Abgabe: 31. Mai, 16:15

Am 31. Mai findet die Übung einmalig im Seminarraum E60, Helmholtzstraße 18, statt.

Aufgabe 1: Halbstetigkeit
(2+1+1+1=5 Punkte)

a) Zeige, dass die Funktion

$$f : \mathcal{F} \rightarrow \mathcal{F}, F \mapsto \text{cl } F^c,$$

die eine Menge auf den Abschluß ihres Komplements abbildet, halb stetig nach unten ist.

b) Zeige, dass f i.A. nicht halb stetig nach oben ist.

c) Zeige, dass in $E = \mathbb{R}^d$ die Funktion

$$g : \mathcal{F} \times \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{F}, (F, C) \mapsto F + C,$$

halb stetig nach unten ist.

d) Zeige, dass g in $E = \mathbb{R}^2$ nicht halb stetig nach oben ist.

Aufgabe 2: Halbstetigkeit des Randes
(2+4=6 Punkte)

In der Vorlesung hatten wir gesehen, dass in $E = \mathbb{R}^d$ der Rand als Funktion $\text{bd} : \mathcal{F} \rightarrow \mathcal{F}$ halb stetig nach unten ist. In anderen Zustandsräumen ist dies aber nicht der Fall.

a) Zeige, dass $E := \mathbb{R} \setminus \bigcup_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2n}, \frac{1}{2n+1} \right)$ ein lokal-kompakter, separabler metrischer Raum ist.

b) Zeige, dass die Funktion bd in E nicht halb stetig nach unten ist.