Junior-Prof. Dr. Z. Kabluchko
Wolfgang Karcher

WS 2009/10
19. 11. 2009

Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik

Übungsblatt 6

Abgabe: 26.11.2009 vor den Übungen

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Im Intervall $[0, 1]$ werden zwei Zahlen X und Y zufällig ausgewählt. Bestimme jeweils die Verteilungsfunktion und die Dichte von $V = \max(X, Y)$ und $W = \min(X, Y)$.

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Sei $X \sim \text{Exp}(1)$. Bestimme jeweils die Dichte und die Verteilungsfunktion von X^2 und e^{-X}.

Aufgabe 3 (6 Punkte)

An einem Stab der Länge a werden zufällig und unabhängig voneinander zwei Stellen markiert. An diesen Stellen wird der Stab durchgesägt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit lässt sich aus den so gewonnenen Stücken ein Dreieck bilden?

Aufgabe 4 (6 Punkte)

In einer Telefonzentrale sind k Sachbearbeiter beschäftigt, $k \in \mathbb{N}$. Pro Stunde kommen in der Zentrale $N \sim \text{Poi}(\lambda)$ Anrufe an, $\lambda > 0$. Ein Anruf wird mit Wahrscheinlichkeit p_i an den i-ten Sachbearbeiter weitergeleitet, wobei $p_i \in (0, 1)$ und $p_1 + ... + p_k = 1$. Die Weiterleitung eines Anrufes geschieht unabhängig von der Anzahl N der Anrufe und unabhängig von der Weiterleitung aller anderen Anrufe. Sei N_i die Anzahl der bei Sachbearbeiter i pro Stunde antreffenden Anrufe, $i = 1, ..., k$. Zeige, dass die Zufallsvariable N_i Poisson-verteilt ist mit Parameter $\lambda_i = p_i\lambda$ für jedes $i = 1, ..., k$.

Aufgabe 5 (6 Punkte)

Seien X und Y unabhängige und geometrisch mit Parameter $p \in (0, 1)$ verteilte Zufallsvariablen. Zeige, dass dann die Zufallsvariablen $U = \min\{X, Y\}$ und $V = X - Y$ unabhängig sind.