



Stochastik für WiWi - Übungsblatt 10

Abgabe: 17. Januar vor Beginn der Übung.

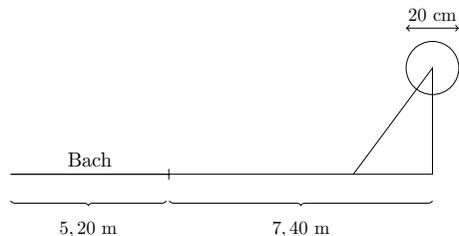
Hinweis:

Bitte bis spätestens Freitag, den 24. Januar 2014 zu den Vorleistungen anmelden. Beachte: Es hat prüfungstechnisch keine Konsequenzen, wenn man sich zu den Vorleistungen anmeldet, diese dann aber nicht besteht.

Aufgabe 1 (2 + 2 + 2 + 2 Punkte)

Zu Forschungszwecken wurde ein mittelalterliches Katapult nachgebaut. Es steht 7,40m vom Ufer eines Baches entfernt, der 5,20m breit ist. Die Munition besteht aus Steinkugeln, die einen Durchmesser von 20cm aufweisen. Nach einigen Probeschüssen wurde die Theorie aufgestellt, dass die Schussweite normalverteilt ist, im Mittel 10m beträgt und eine Standardabweichung von 5m hat.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine geschossene Kugel in vollem Umfang im Bach landet?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Kugel über den Bach geschossen wird und (zumindest teilweise) am gegenüberliegenden Ufer aufschlägt?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Schuss nach hinten los geht (d.h., dass die Kugel nicht zum Bach, sondern in die entgegengesetzte Richtung fliegt)?
- Elf Meter hinter dem Katapult befindet sich ein geparkter Wagen. Ist es ausgeschlossen, dass eine Kugel den Wagen beschädigt? Begründe deine Antwort.



Aufgabe 2 (1 + 3 + 3 Punkte)

Zur Modellierung von Aktienkursen wird häufig die Log-Normalverteilung verwendet. Dabei heißt eine Zufallsvariable Y Log-normalverteilt, falls $\log Y$ normalverteilt ist, es also eine Zufallsvariable $X \sim N_{\mu, \sigma^2}$ gibt mit $Y = e^X$. Wir schreiben in diesem Fall $Y \sim \text{LN}_{\mu, \sigma^2}$.

- Warum ist die Normalverteilung eher ungeeignet um Aktienkurse zu modellieren?
- Es sei $Y \sim \text{LN}_{\mu, \sigma^2}$. Bestimme EY . (Hinweis: Betrachte zunächst den Fall $\mu = 0$).

- Nach deinen Erfahrungen auf dem Ulmer Weihnachtsmarkt überlegst du, in Aktien von „Spiel- und Spaßautomaten“ zu investieren. Der heutige Aktienkurs beträgt 100 Euro. Es sei bekannt, dass der Aktienkurs in einem Jahr gegeben ist als $100Y$, wobei Y log-normalverteilt ist mit $\mu = 0,07$ und $\sigma^2 = 0,054$.

- Mit welchem Kurs ist in einem Jahr im Schnitt zu rechnen?
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist der Kurs in einem Jahr gefallen?
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist der Kurs in einem Jahr um mindestens 5 % gestiegen?

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Ein Saatguthersteller verkauft sein Saatgut in Päckchen zu je 50 Körnern. Jedes Korn keimt dabei mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.99 unabhängig von den anderen Körnern. Der Hersteller verspricht, Päckchen kostenlos umzutauschen, falls 3 oder mehr der enthaltenen Körner nicht keimen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Hersteller mehr als 70 der 4000 zuletzt verkauften Päckchen umtauschen muss? (Verwende den zentralen Grenzwertsatz)

Aufgabe 4 (3 + 3 Punkte)

Um dein Studium zu finanzieren jobbst du nebenbei als Interviewer und befragst bei einer deiner Missionen zufällig ausgewählte Wahlberechtigte um das Wahlergebnis einer bestimmten Partei vorherzusagen. Du verwendest die relative Häufigkeit der Personen, die diese Partei wählen würden, als Schätzer für die Wahrscheinlichkeit, dass die Partei gewählt wird.

- Bestimme approximativ, wie viele Wähler du befragen musst, damit du dich bei deiner Prognose mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 0.9 um höchstens 1 % (absolut) irrst? Benutze zur Approximation den zentralen Grenzwertsatz.
- Die Anzahl der Wähler die du bei der Genauigkeit in (a) befragen müsstest ist dir zu hoch. Wieviele Wähler müsstest du befragen, damit du dich mit deiner Prognose mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 0.9 um höchstens 2 % irrst?

Wiederholungsaufgabe:

Aufgabe 5 (5 Punkte)

Sei (X, Y) ein Zufallsvektor mit der gemeinsamen Dichte f gegeben durch

$$f(x, y) = \frac{12}{(1+x+y)^5}, \quad x, y \geq 0.$$

Berechne $\text{Cov}(X, Y)$ und entscheide, ob X und Y unabhängig sind.