



## Angewandte Stochastik 2 - Übungsblatt 13

Besprechung: 30. Januar im **R**-Tutorium.

### Aufgabe 1 (3 + 3 + 2 Punkte)

In dieser Aufgabe soll mit der Software **R** überprüft werden, wie sich der aus der Vorlesung bekannte t-Test (Test des Erwartungswertes normalverteilter Stichprobenvariablen bei unbekannter Varianz) bei Änderung des Stichprobenumfangs bzw. bei Verletzung der Normalverteilungsannahme verhält.

- Realisiere  $n = 10, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000$  normalverteilte Stichprobenvariablen in **R** mit Standardabweichung  $\sigma = 10$  und Erwartungswert  $\mu = 0$  und teste jeweils mit Hilfe des zweiseitigen t-Tests (Hinweis: Befehl `t.test()`), ob der Erwartungswert 0.1 beträgt. Betrachte  $\alpha = 0.05$ .
- Betrachte anstelle der normalverteilten Stichprobenvariablen nun  $\Gamma(p, b)$  verteilte Stichprobenvariablen mit den Parametern  $p = 20, b = 1.5$ . Bestimme einen Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit des Fehlers 1. Art für den (zweiseitigen) t-Test mit  $H_0: \mu = \frac{p}{b}$  bei unbekannter Varianz. Simuliere dazu 1000 mal jeweils eine Stichprobe von  $\Gamma(p, b)$ -verteilten Stichprobenvariablen mit Umfang  $n=100$  und führe für diese den t-Test mit  $\alpha = 0.05$  aus.
- Wie sind die Ergebnisse aus den Teilaufgaben (a) und (b) zu interpretieren?

### Aufgabe 2 (3 + 3 + 3 Punkte)

Mit dem t-Test kann man nicht nur den Erwartungswert von normalverteilten Stichprobenvariablen testen, sondern auch die Erwartungswerte zweier Zufallsstichproben miteinander vergleichen. Informiere dich mit der **R**-Hilfe über den Befehl `t.test()`.

Betrachte nun den `schlaf.txt`-Datensatz und führe mit ihm die folgenden Tests durch (siehe Teilaufgaben (a) bis (c)). Verwende dafür ausschließlich die in **R** implementierte `t.test()`-Methode. Die Daten sind dabei wie folgt erhoben worden:

Ergebnis einer Studie zu Schlafmedikamenten. Die Erhöhung der Schlafdauer in Stunden wird für je 10 Patienten in zwei Gruppen (die jeweils verschiedene Medikamente erhalten haben) angegeben.

Die Bezeichnung der Variablen ist dabei die folgende:

**Schlafzunahme:** Erhöhung der Schlafdauer in Stunden;  
**Gruppe:** erhaltenes Medikament;

Alle Tests sollen zum Niveau  $\alpha = 0.05$  durchgeführt werden. Die Stichprobenvariablen seien unabhängig<sup>1</sup> und normalverteilt. Ferner seien die Stichprobenvariablen innerhalb jeder Gruppe jeweils identisch verteilt.

- Fasse zunächst beide Gruppen zu einem Datensatz zusammen, d.h., es wird zusätzlich angenommen, dass die Stichprobenvariablen beider Gruppen identisch verteilt sind. Teste  $H_0$ : der Erwartungswert ist Null gegen  $H_1$ : der Erwartungswert ist nicht Null.

<sup>1</sup>d.h. insbesondere sind die nach Gruppen eingeteilten Stichproben nicht gepaart!

- Teste  $H_0$ : die Erwartungswerte der Gruppen sind gleich gegen  $H_1$ : der Erwartungswert der zweiten Gruppe ist größer.
- Wiederhole den Test aus Teil (b) unter der zusätzlichen Annahme, dass die Varianzen der Stichprobenvariablen für beide Gruppen gleich sind.