Dr. Kirsten Schorning
Dipl.-Math. Stefan Roth

WS 2016/17
11. November 2016

Stochastik für WiWi - Übungsblatt 4

Abgabe: 18. November vor Beginn der Übung.

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Es sei X eine geomtrisch verteilte Zufallsvariable mit Parameter $p \in (0,1)$, d.h. die Zähldichte von X sei gegeben durch $p_k = \mathbb{P}(X = k) = p(1-p)^{k-1}$, $k = 1, 2, \ldots$. Zeige die Gedächtnislosikgeit der geometrischen Verteilung, d.h. zeige, dass für alle n, $k = 1, 2, \ldots$

$$\mathbb{P}(X = n + k | X > n) = \mathbb{P}(X = k).$$

Aufgabe 2 (2 + 2 Punkte)

Ein Basketballspieler trainiert Distanzwürfe. Er beschließt, so lange von einer Position aus zu werfen, bis er einmal getroffen hat. An seinem aktuellen Standort verfehlt er den Korb erfahrungsgemäß mit einer Wahrscheinlichkeit von 60 %, unabhängig von den vorherigen Würfen.

(a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er mindestens 5 Versuche benötigt, bis der Ball zum ersten Mal durch das Netz fällt.

(b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er mindesetens acht Versuche benötigt, wenn die ersten drei Würfe bereits daneben gingen.

Aufgabe 3 (2 + 3 Punkte)

(a) Du wirfst zwei faire Würfel mit einem Wurf. Die Zufallsvariable X sei das Minimum der gefallenen Augenzahlen. Bestimme die Zähldichte von X.

(b) Du wirfst zunächst einen fairen Würfel und notierst die Augenzahl. Zeigt der Würfel eine Augenzahl kleiner oder gleich drei, so wirfst du ihn ein zweites Mal. Die Zufallsvariable Y sei die Augensumme aller Würfe (höchstens zwei). Bestimme die Zähldichte von Y.

Aufgabe 4 (2 + 2 Punkte)

Du nimmst an einer Verlosung auf dem Ulmer Weihnachtsmarkt teil. Ein gekauftes Los ist entweder eine Niete oder ein Gewinn.

(a) Nimm an, dass die Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn bei 5 % liegt. Wie oft musst du mindestens ein Los kaufen, um mit mindestens 95 %-iger Wahrscheinlichkeit einen Gewinnlos gekauft zu haben?

(b) Nimm nun an, dass die Wahrscheinlichkeit p für einen Gewinn unbekannt ist. Wie groß muss p sein, damit die Wahrscheinlichkeit dafür, dass spätestens nach dem 20. gekauften Los ein Gewinnlos gekauft wurde mindestens 90% beträgt?

Aufgabe 5 (3 + 2 + 3 Punkte)

An der Haltestelle „Lehrer Tal“ fahren abwechselnd Busse der Linien 3 und 5 zur Universität ab. Zu den Stoßzeiten sind die Busse jedoch so voll, dass nicht alle tatsächlich halten. Es sei bekannt, dass die Wahrscheinlichkeit, dass ein Bus der Linie 3 an der Haltestelle Lehrer Tal hält 1/3 ist, während die Wahrscheinlichkeit bei der Linie 5 eine Konstante $p \in (0,1)$ ist.
Du kommst an der Haltestelle Lehrer Tal an, und beschließt, den nächsten Bus, der an der Haltestelle anhält, zur Uni zu nehmen. Laut Fahrplan ist der nächste Bus ein Bus der Linie 3.

(a) Bestimme für $k \in \mathbb{N}$ die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses A_k : „Der k-te ankommende Bus ist der erste, der anhält“. Hinweis: Unterscheide die Fälle, dass $k = 2l$ gerade ist und dass $k = 2l - 1$ ungerade ist.

(b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommst Du mit einem Bus der Linie 5 an der Uni an?

(c) Für welchen Wert von p ist es gleich wahrscheinlich, mit der Linie 3 und er Linie 5 an der Uni anzukommen.