Dr. Kirsten Schorning
Dipl.-Math. Stefan Roth

WS 2016/17
18. November 2016

Stochastik für WiWi - Übungsblatt 5

Abgabe: 25. November vor Beginn der Übung.

Aufgabe 1 (3 + 2 Punkte)

Der Manager eines großen deutschen Konzerns hat stets in seiner linken Hosentasche 10 Krügerrand bei sich für den Champagnerautomaten vor seinem Büro. Für eine Flasche Champagner muss er 3 von den Goldmünzen in den Automaten werfen. Ein Krügerrand wiegt eine Unze. Nimm nun an, dass 4 der 10 Münzen gefälscht sind und nur 0.95 Unzen wiegen.

(a) Da der Manager gerade nichts Besseres zu tun hat, möchte er eine Flasche Champagner aus dem Automaten holen. Dafür zieht er zufällig 3 Münzen aus seiner Tasche. Bestimme das erwartete Gewicht der Münzen.

(b) Um eine Flasche Champagner zu bekommen darf keine der drei Münzen, die er einwirft, gefälscht sein. Wie oft muss der Manager im Mittel in seine Tasche greifen, damit er eine Flasche bekommt, wenn er nach jedem Ziehen die Münzen wieder in die Tasche zurücklegt?

Aufgabe 2 (2 + 3 Punkte)

Nachdem Kirsten das komplette Personal der Vorlesung Stochastik für Wirtschaftswissenschaftler, bestehend aus 10 Hiwi's und ihrem Übungsleiter Stefan, zum Ulmer Weihnachtsmarkt auf eine Runde Glühwein eingeladen hat, stellt sie auf einmal fest, dass sie die Rechnung mit ihrem kargen Post-Doc Gehalt nicht bezahlen kann. Daraufhin schlägt Stefan vor, Kirsten einzuladen und den Zufall darüber entscheiden zu lassen, wer bezahlen muss. Hierzu spielen die elf Mitarbeiter „odd man out“. Dabei wirft jeder der elf eine faire Münze und wer etwas anderes hat als alle anderen (der „odd man“), zahlt. (Werfen also 10 Personen „Kopf“ und eine Person „Zahl“, so zahlt der mit „Zahl“; haben umgekehrt 10 Personen „Zahl“ und eine Person „Kopf“, so zahlt die Person mit „Kopf“). Wenn es keinen „odd man“ gibt, wiederholen sie das Spiel.

(a) Bestimme die erwartete Anzahl an Spielen, bis man einen „odd man“ hat.

(b) Die (zufällige) Dauer Y eines Spiels in Sekunden besitze folgende Verteilung:

k (in Sek.)	3	4	5	6	7
$\mathbb{P}(Y = k)$	1/6	1/4	1/2	1/20	1/30

Bestimme die erwartete Dauer[1], bis man einen „odd man“ hat, wenn ohne Pause gespielt wird.

Aufgabe 3 (3 + 5 Punkte)

Im Folgenden sei stets $X : \Omega \to \mathbb{R}$ eine diskrete Zufallsvariable mit gegebener Zähldichte $f_X(x) = \mathbb{P}(X = x)$, $x \in X(\Omega)$. Bestimme jeweils $c \in \mathbb{R}$ sowie im Falle der Existenz $\mathbb{E}X$, falls

(a) $X(\Omega) = \{1, 2, 3, \pi\}$, $f_X(1) = 1/2$, $f_X(2) = f_X(\pi) = 1/6$, $f_X(3) = c$.

[1]Falls Aufgabe (a) nicht gelöst werden konnt, so kann man hier als Ergebnis in (a) 93 annehmen.

(b) $X(\Omega) = \{0, 1, 2, \dots\}$, $f_X(n) = ce^{-(n+1)}$, $n = 0, 1, 2, \dots$.

Bestimme in beiden Fällen jeweils auch $\mathbb{P}(X \leq x)$ für $x \in X(\Omega)$.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Du gehst ins Casino um Roulette zu spielen und stellst fest, dass es dort ein Limit von 1024 Euro gibt. Andererseits hat die Spielbank einen Kessel ohne Null, sodass die Wahrscheinlichkeit zu gewinnen, wenn man auf „Rot“ oder „Schwarz“ setzt, jeweils genau 1/2 ist. Du beschließt wie folgt vorzugehen: Im ersten Spiel setzt du einen Euro auf „Rot“. Gewinnst[2] Du, so hörst Du auf, ansonsten setzt Du in der nächsten Runde das Doppelte. Dieses Vorgehen wiederholst Du so lange, bis Du entweder gewinnst, oder Du den Einsatz nicht mehr verdoppeln kannst, Du also 1024 Euro gesetzt hast und verloren hast. In diesem Fall steigst Du auch aus. Wie hoch ist der erwartete Gewinn bei dieser Strategie?

[2]als Gewinn erhältst du das doppelte deines Einsatzes