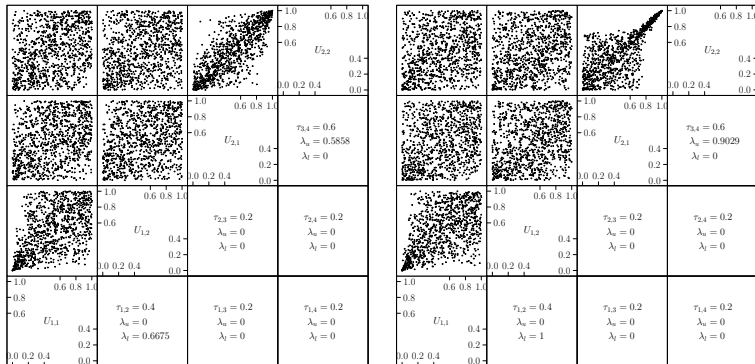


Moderne Stochastik, was ist das?

# Übersicht

- ▶ Stochastische Prozesse
  - ▶ Copula-Modelle
  - ▶ Parameterschätzung in stochastischen Prozessen
- ▶ Räumliche Stochastik
  - ▶ Funktionale Hauptkomponentenanalyse
  - ▶ Zufällige Felder: Risikomodellierung in der Sachschadenversicherung
  - ▶ Niveaumengen zufälliger Felder und Polynome
  - ▶ Punktprozesse: Risikomodellierung in der Geo-Rückversicherung
  - ▶ Mosaik und mehr: Strukturelle Analyse von Dialektkarten
  - ▶ Stochastische Netzwerke: Architektur des Zytoskeletts in Krebszellen
  - ▶ Poröse Medien und Tomographie: Stochastische Modellierung von Gasdiffusionslagen in Brennstoffzellen

# Schätzverfahren und Anpassungstest in Archimedischen Copula-Modellen



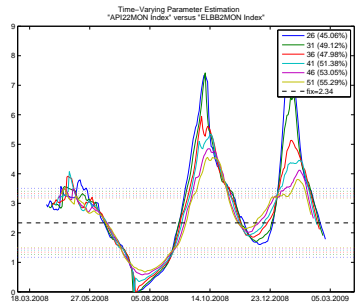
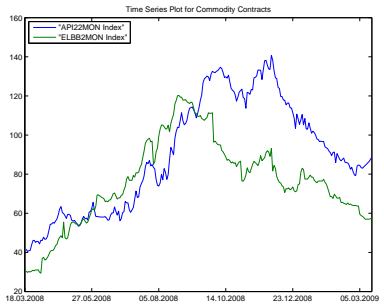
Simulation von hierarchischen Archimedischen Copulas in 4 Dimensionen

Ansprechpartner: Prof. Dr. U. Stadtmüller, C. Hering

## Schätzverfahren und Anpassungstest in Archimedischen Copula-Modellen

- ▶ Parameterschätzung und Goodness-of-fit Tests von Archimedischen Copulas in hohen Dimensionen
- ▶ Simulation von hierarchischen Archimedischen Copula-Strukturen
- ▶ Parameterschätzung von hierarchischen Archimedischen Copula-Modellen
- ▶ ⇒ Anwendung z.B. im Bereich des Risikomanagements (insbesondere Kreditrisiken)

# Schätzen in zeitdynamischen Copula-Modellen

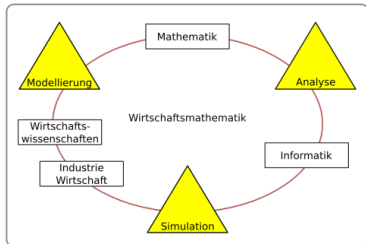


Empirische Finanzmarktdaten und zugehörige Parameterzeitreihe

**Ansprechpartner:** Prof. Dr. U. Stadtmüller, M. Mroz

## Schätzen in zeitdynamischen Copula-Modellen

- ▶ Modellierung von multivariaten Zeitreihen
- ▶ Abhängigkeitsstrukturen über parametrische Copula-Familien
- ▶ zeitdynamische Abhängigkeiten über lokale Maximum-Likelihood-Schätzung
- ▶ Konsistenz und Konfidenzintervalle



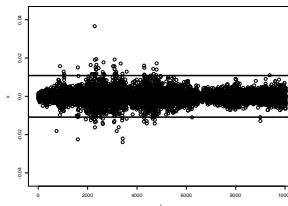
Graduiertenkolleg 1100  
“Modellierung, Analyse und  
Simulation in der  
Wirtschaftsmathematik“

## Parameterschätzung in stochastischen Prozessen mit Anwendung in der Finanzmathematik

- ▶ Modellierung von Wertpapierkursverläufen mit Hilfe von stochastischen Prozessen
- ▶ Klassischer Ansatz: Black-Scholes-Modell, basiert auf einer geometrischen Brownschen Bewegung.
- ▶ Realistischere Modellierung: Verwendung eines Lévy-Prozesses.
- ▶ Parameterschätzung: diskrete Beobachtungen (die logarithmierten Zuwächse an diesen Punkten, iid)
- ▶ Standardverfahren (z.B. MLE) meistens nicht anwendbar.

**Ansprechpartner:** Prof. Dr. U. Stadtmüller, A. Gegler

# Parameterschätzung in stochastischen Prozessen mit Anwendung in der Finanzmathematik

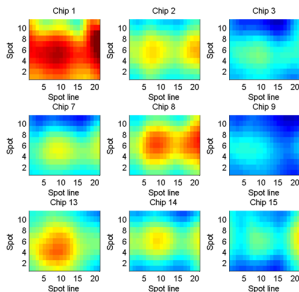


Logarithmierte Zuwächse und Schwellenwert.

- ▶ Erforschung neuer Methoden und Untersuchung derer statistischer Eigenschaften.
- ▶ Eine Methode: Schwellenwertansatz zur Unterscheidung zwischen Sprüngen und Brownscher Bewegung.
- ▶ Frage: Wie muss der Schwellenwert in Abhängigkeit vom Stichprobenumfang gewählt werden, um einen konsistenten und asymptotisch normalverteilten Schätzer zu erhalten?



## Zweidimensionale Erweiterung der funktionalen Hauptkomponentenanalyse

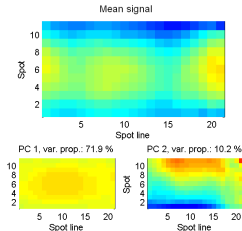


Räumliche Beispieldaten (Blutproben (Roche))

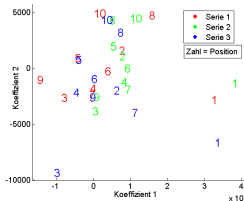
- ▶ Strukturuntersuchung räumlicher diagnostischer Messdaten
- ▶ Vergleich von Messungen aus mehreren Serien und mehreren Messpositionen
- ▶ Methode: Dimensionsreduktion durch räumliche funktionale Hauptkomponentenanalyse

**Ansprechpartner:** Prof. Dr. U. Stadtmüller, I. Winzenborg

## Zweidimensionale Erweiterung der funktionalen Hauptkomponentenanalyse



(a) Mittelwertfunktion und die ersten zwei Eigenfunktionen

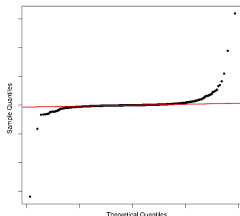
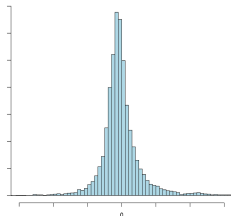


(b) Zu den ersten beiden Eigenfunktionen gehörende Koeffizienten

- ▶ Jede Messung lässt sich aus Mittelwertfunktion und Linearkombination aus Eigenfunktionen darstellen
- ▶ Die Koeffizienten der ersten Eigenfunktionen zeigen charakteristische Merkmale der Messungen

## Modellierung von Sturmschäden mit $\alpha$ -stabilen Zufallsfeldern

- ▶ Univariate Analyse der Abweichungen der Sturmschäden vom lokalen Mittelwert in Österreich (Generali Wien)



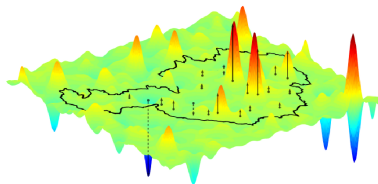
- ▶ Abweichungen der Sturmschäden vom lokalen Mittel sind rechtsschief (Schiefe=3.74) und haben schwerere Tails als die Normalverteilung
- ▶ Verwendung von  $\alpha$ -stabilen Verteilungen, um die Schiefe und die schweren Tails in das Modell einzubauen

**Ansprechpartner:** Prof. Dr. E. Spodarev, W. Karcher

# Modellierung von Sturmschäden mit $\alpha$ -stabilen Zufallsfeldern



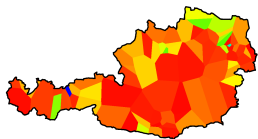
2047 Postleitzahlzentren in Österreich



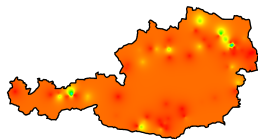
Realisierung eines  $\alpha$ -stabilen Zufallsfeldes

- ▶ Verwendung von  $\alpha$ -stabilen Zufallsfeldern zur Berücksichtigung der räumlichen Abhängigkeitsstruktur
- ▶ Fragestellungen:
  - ▶ Lokation von gefährdeten Gebieten in Österreich
  - ▶ Prognose der räumlichen Risikosituation für die nächsten Jahre
  - ▶ Berechnung einer gerechten räumlich aufgelösten Risikoprämie für die Versicherungsverträge in der Sturmversicherung

## Modellierung von Hochwasserschäden durch stochastische Polynome



(a) Hochwasserschäden aufgeteilt nach PLZ-Gebieten in Österreich

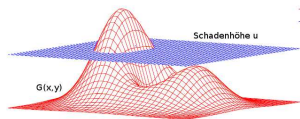
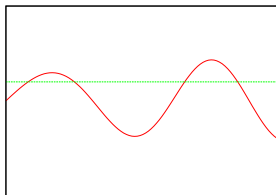


(b) Extrapolierte Hochwasserschäden (2003), Generali Wien

- ▶ Seien  $a_0, a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n$  u.i.v.  $\mathcal{N}(0, 1)$ -Zufallsgrößen. Betrachte  $G(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots + a_n t^n$ 
  - ▶ Wahrscheinlichkeit großer Abweichungen  $P(\sup_{[a,b]} G(t) \geq u) = ?$
  - ▶ Zusammenhang mit der mittleren Anzahl  $\mathbb{E} N_{n,u}([a, b])$  der Schnittstellen  $G(t) = u$  in einem Intervall  $[a, b]$ ?

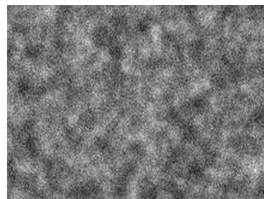
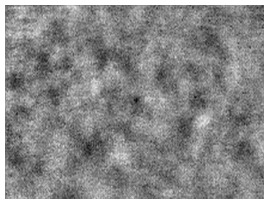
**Ansprechpartner:** Prof. Dr. E. Spodarev, H. Andela

# Modellierung von Hochwasserschäden durch stochastische Polynome



- ▶  $G(x, y) = a_0 + a_1x + b_1y + \dots + a_nx^n + b_ny^n$
- ▶ Frage:  $\left| P\left(\sup_{[0,1]^2} G(x, y) \geq u\right) - E(\varphi(M_u)) \right| = ?$
- $\varphi$  Euler-Charakteristik,  $M_u = \{(x, y) \in [0, 1]^2 : G(x, y) \geq u\}$ .
- ▶ Polynome, deren Koeffizienten andere Verteilungen besitzen?

## Analyse von Papieroberfläche mit Zufallsfeldern

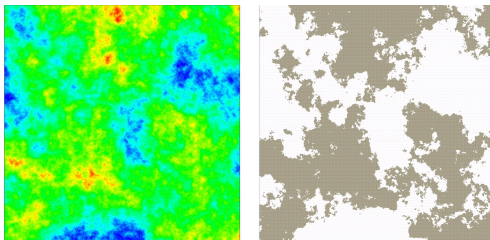


Papieroberfläche (links), Simulation eines Gaußschen Zufallsfeldes auf Basis der Papierdaten (rechts)

- ▶ Papierdaten wurden bereits während des Herstellungsprozesses gewonnen (Voith Paper)
- ▶ Konstruktion eines Tests auf Zugehörigkeit von Papieroberfläche zu einer Klasse von Zufallsfeldern

**Ansprechpartner:** Prof. Dr. E. Spodarev, F. Timmermann

## Analyse von Papieroberfläche mit Zufallsfeldern

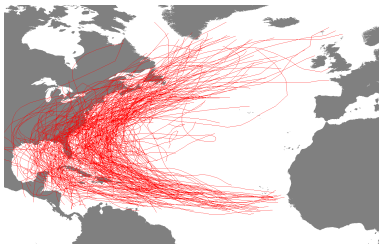


Gaußsches Zufallsfeld (links), Niveaumenge zur Höhe 0 (rechts)

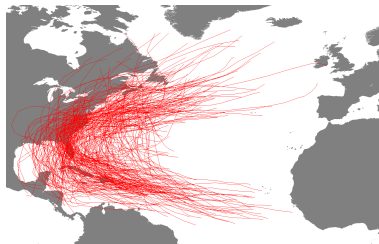
- ▶ Untersuchung von verschiedenen Funktionalen der Niveaumengen:
  - ▶ Fläche
  - ▶ Randlänge
  - ▶ Euler-Charakteristik



## Stochastische Simulation von Zugbahnen tropischer Wirbelstürme



(a) Historische Zugbahnen von Wirbelstürmen im Nordatlantik



(b) Simulierte Zugbahnen

- ▶ Historische Zugbahnen unzureichend zur Gefährdungseinschätzung
- ▶ Ziel: Verbreiterung der Datenbasis durch stochastische Simulation
- ▶ Kooperationsprojekt mit Munich Re

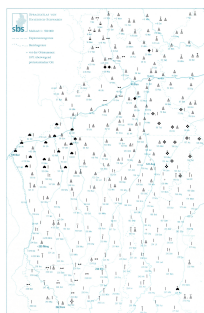
**Ansprechpartner:** Prof. Dr. V. Schmidt, J. Rumpf

# Stochastische Simulation von Zugbahnen tropischer Wirbelstürme

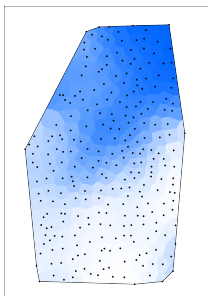
## Ziele und Fragestellungen:

- ▶ Entwicklung und Implementierung eines stochastischen Modells
- ▶ Simulation einer großen Anzahl von Zugbahnen
- ▶ Modellevaluation: Wann ist das Modell „gut genug“?
- ▶ Berechnung von Windgeschwindigkeiten an Orten mit versicherten Werten
- ▶ Verbesserte Gefährdungseinschätzung durch robustere Berechnung der Wiederkehrperiode
- ▶ Statistischer Vergleich von Gefährdungskarten
- ▶ Untersuchung des Einflusses von Schwankungen in den klimatischen Bedingungen auf die Gefährdungen

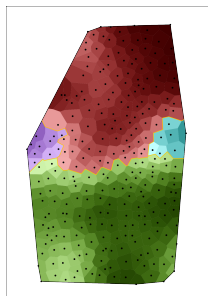
## Strukturelle Analyse von Dialektkarten



(a) Original-Dialektkarte „Kartoffelkraut“



(b) Intensität der Variante „Kraut“

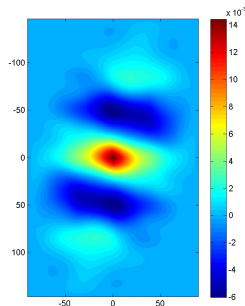


(c) resultierende Flächenkarte

Dialektometrie: Quantitative Untersuchung sprachlicher Varianten

**Ansprechpartner:** Prof. Dr. V. Schmidt, Prof. Dr. E. Spodarev, D. Meschenmoser, J. Rumpf

## Strukturelle Analyse von Dialektkarten

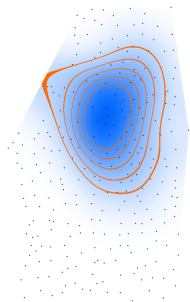


Kovarianzfunktion der  
Flächenkarte „Gesäß“

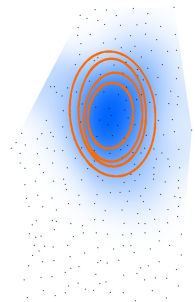
### Untersuchungsziele:

- ▶ Bestimmung von dominanten Varianten
- ▶ Objektive Erkennung von Dialektgrenzen
- ▶ Statistische Beschreibung und Modellierung der Interaktion von Dialektvarianten
- ▶ Detektierung bestimmter Ausbreitungsformen: Ellipsen, Keile, Fächer, ...

## Strukturelle Analyse von Dialektkarten



(a) Isolinien auf Intensitätskarte „Gesäß“



(b) Automatisch erkannte Ellipsen

## Statistische Analyse der Architektur des Zytoskeletts in Krebszellen

(Data)

Zytoskelett in einer Pankreaskrebszelle (Quelle: M. Sailer, P. Walther)

- ▶ Kooperation mit der Zentralen Einrichtung für Elektronenmikroskopie der Uni Ulm (SFB 518 der DFG)
- ▶ Die Architektur des Zytoskeletts ist ein wichtiger Faktor für die Migrationsfähigkeit von Krebszellen

**Ansprechpartner:** Prof. Dr. V. Schmidt, S. Lück

# Statistische Analyse der Architektur des Zytoskeletts in Krebszellen

(Data2)

## Netzwerkstruktur (extrahiert aus einem 3D-Tomogramm)

- ▶ Veränderungen der Netzwerkarchitektur von medizinischem Interesse
- ▶ Bildanalytische Verfahren zur Extraktion der Netzwerkstruktur aus elektronentomographischen Daten (3D und 2D)
- ▶ Methoden zum statistischem Vergleich und zur Modellierung von Netzwerkstrukturen
- ▶ Modellierung dynamischer Prozesse der Netzwerkorganisation

# Stochastische Modellierung von Gasdiffusionslagen in Brennstoffzellen

(Data)

Funktionsprinzip einer Brennstoffzelle  
(Umweltfreundliche Energieerzeugung aus Wasserstoff (Energiespeicher))

Aufgaben der Gasdiffusionslage

- ▶ Versorgung der Membran mit Reaktionsgasen ( $H_2$  und  $O_2$ )
- ▶ Abtransport von entstandenem Wasser

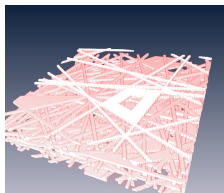
**Ansprechpartner:** Prof. Dr. V. Schmidt, Prof. Dr. E. Spodarev, M. Spiess, R. Thiedmann



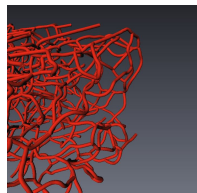
## Stochastische Modellierung von Gasdiffusionslagen in Brennstoffzellen



(a) Reale GDL



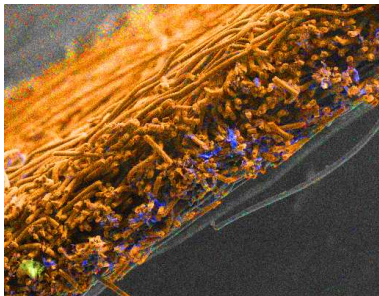
(b) Realisierung des Fasermodells



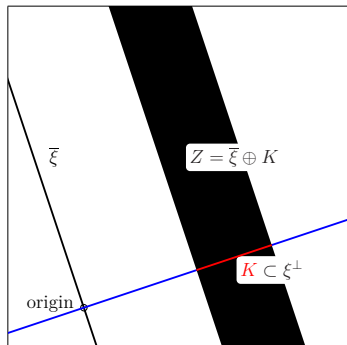
(c) Graph des Porenraums

- ▶ Analyse von 3D Synchrotrondaten (links)
- ▶ Strukturmodellierung des Feststoffphase (Mitte)
- ▶ Transportprozesse finden im Porenraum statt  
⇒ Direkte Modellierung des Porenraums mittels zufälliger Graphen (rechts)
- ▶ Ziele:
  - ▶ Besseres Verständnis der Prozesse in der GDL
  - ▶ Virtuelles Materialdesign (Strukturoptimierung)

## Modellierung von Materialien mit Zylinderprozessen



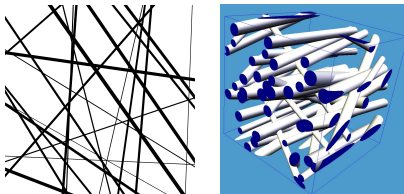
(d) Bild einer Gasdiffusionslage



(e) Konstruktionsprinzip für Zylinder

- ▶ Nachbilden ('Modellierung') von Material
- ▶ speziell z.B. Volumenanteil, Richtungsverteilung

## Modellierung von Materialien mit Zylinderprozessen



Bsp. für anisotrope Zylinderprozesse in 2D bzw. 3D

- ▶ solche Bilder können genutzt werden, um Schätzer für Charakteristiken der Zylinderprozesse zu untersuchen
- ▶ da hier die theoretischen Werte bekannt sind, kann man die Qualität der geschätzten Werte gut überprüfen
- ▶ man erhofft sich, daraus ableiten zu können, dass die Schätzer bei realen Daten dann auch gut funktionieren

## Moderne Stochastik ...

- ▶ ist ein dynamisches anwendungsorientiertes Gebiet der modernen Mathematik
- ▶ bietet spannende Forschungsthemen für Masterarbeiten und Promotionen
- ▶ gibt eine Chance des erstklassigen Berufseinstiegs nach dem Studium
- ▶ Mehr auf [www.uni-ulm.de/stochastik](http://www.uni-ulm.de/stochastik) und [www.uni-ulm.de/mawi/zawa.html](http://www.uni-ulm.de/mawi/zawa.html)