

Philosophie der Fraktale

Archetypen der Schöpfung

Fraktale Geometrie der Natur



Was haben diese Objekte gemeinsam?

Fraktale Geometrie der Natur



Farnblatt

Fraktale Geometrie der Natur



Lüftaufnahme eines Küstenabschnittes

Fraktale Geometrie der Natur



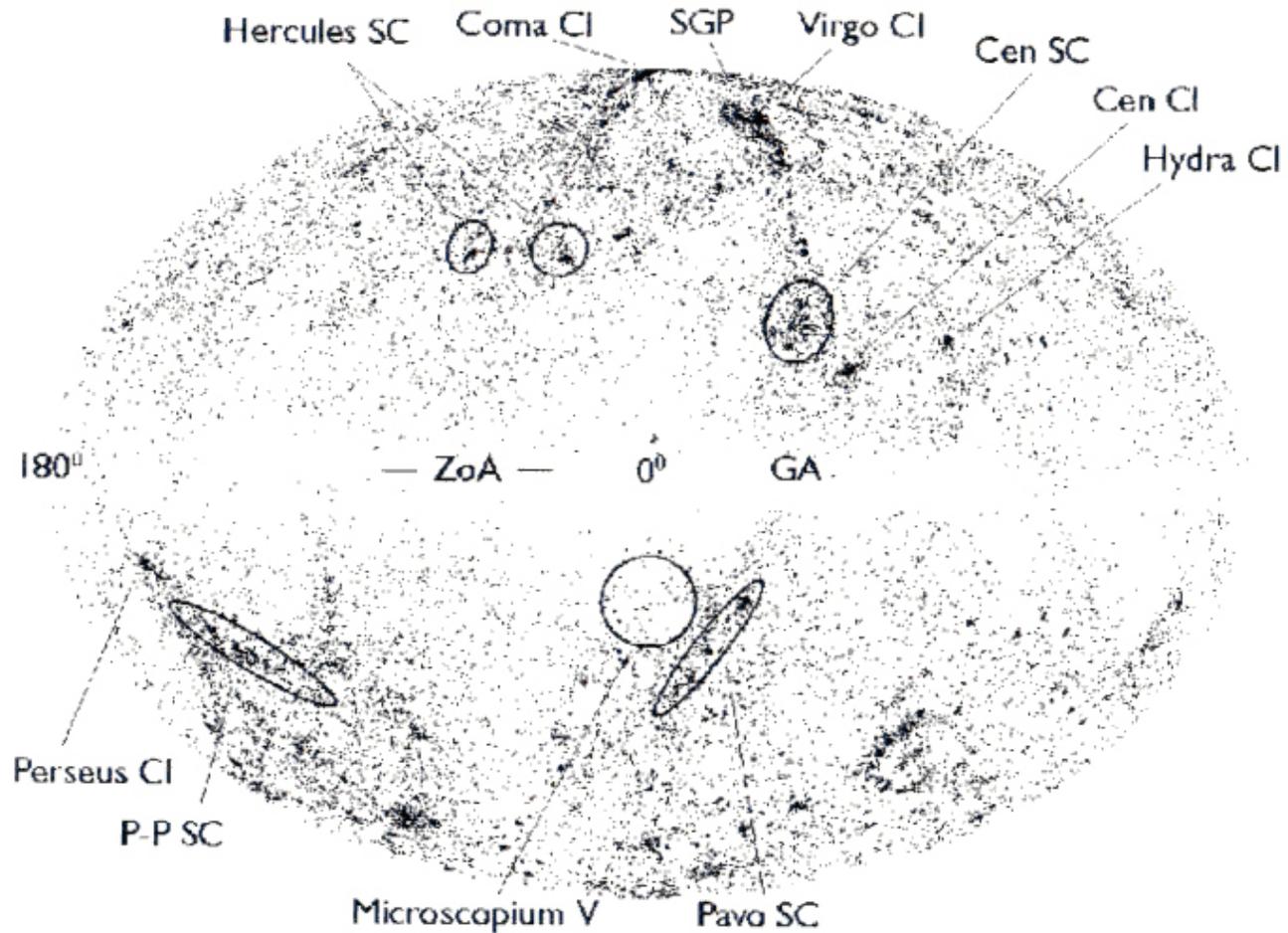
Romanesco-Gemüse

Fraktale Geometrie der Natur



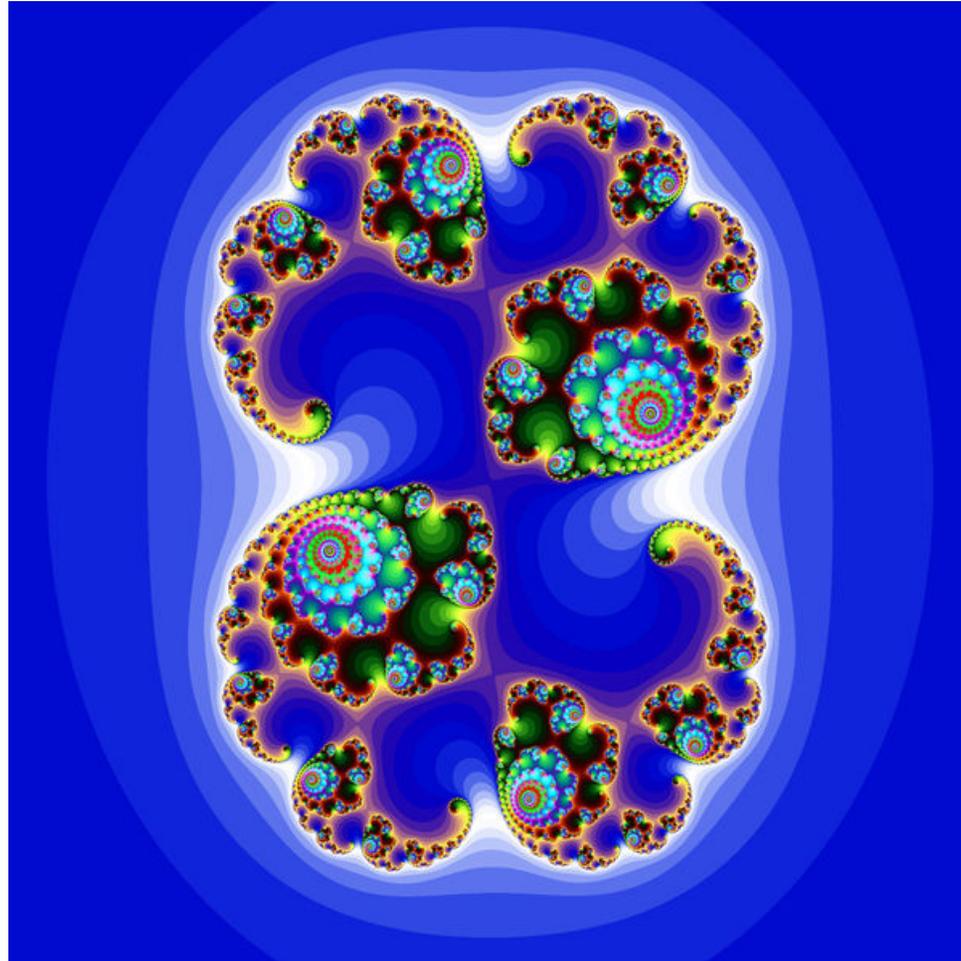
Blutgefäße einer Niere

Fraktale Geometrie der Natur



Verteilung von Galaxien im Weltall

Mathematik der Fraktale



Fraktale: ein Bisschen Mathe

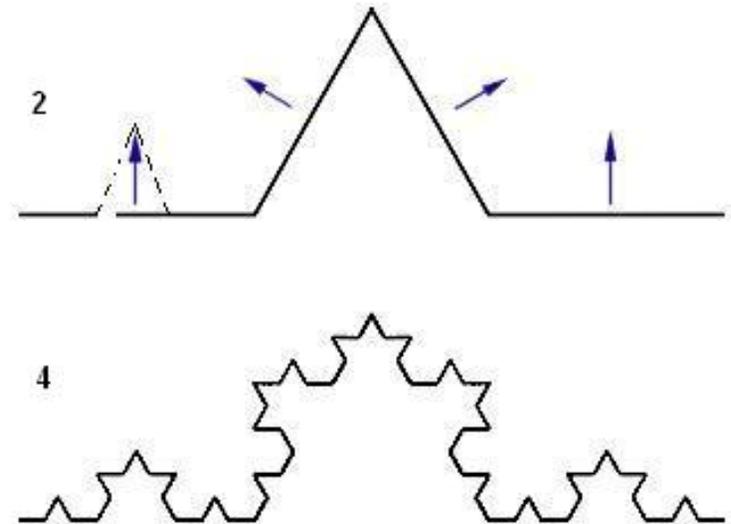
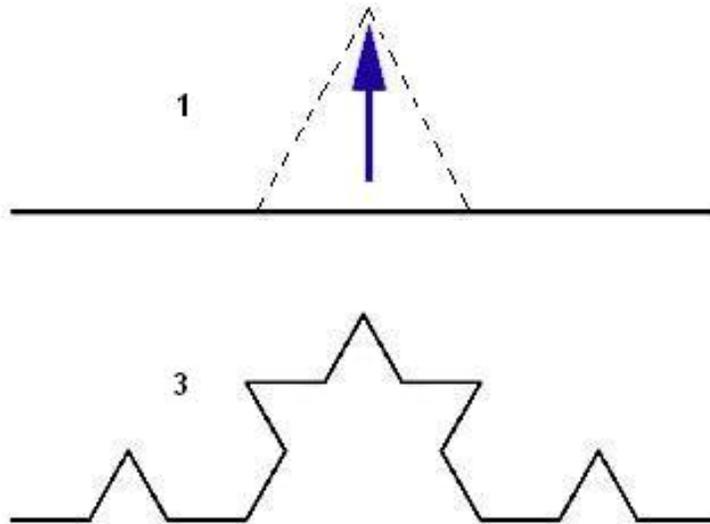


B.B. Mandelbrot

Fraktal = aus lat. Fractus,
„in Teile gebrochen“
(B. Mandelbrot, 1975)

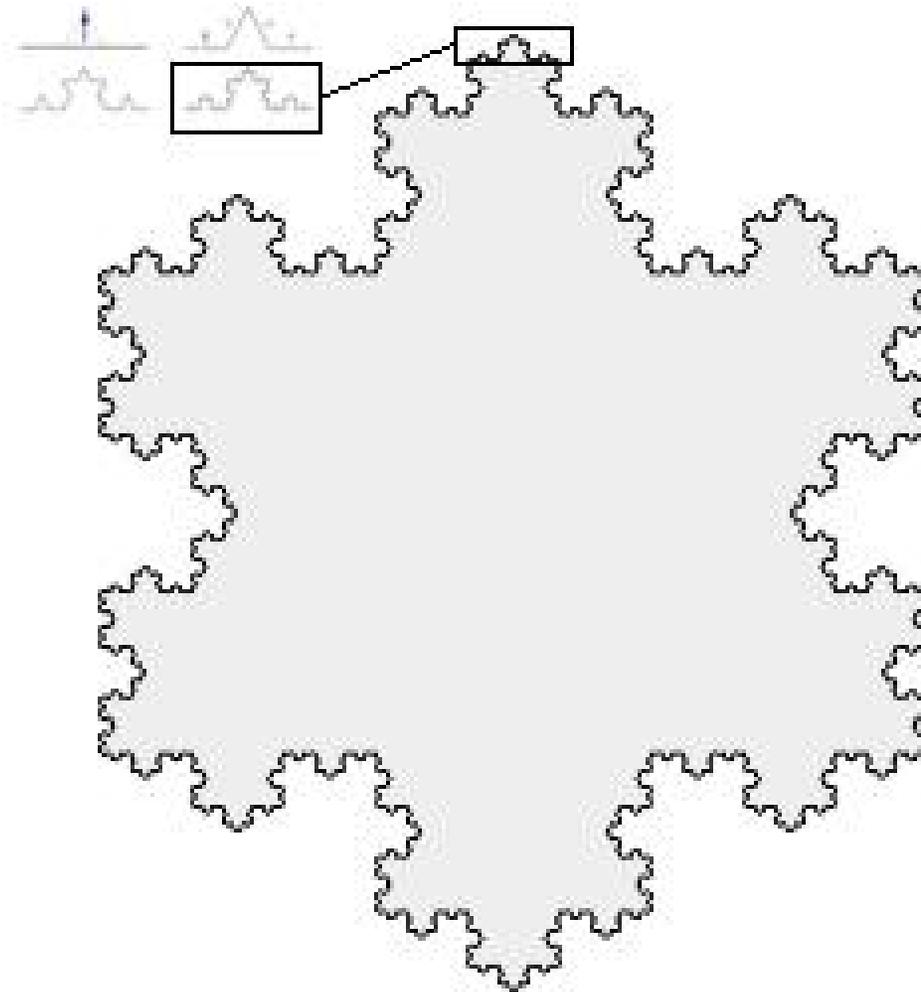
Fraktale - eine ziemlich große Klasse von geometrischen Objekten (Mengen), die „selbstähnlich“ sind, d.h., skaleninvariante Eigenschaften besitzen

Geometrische Selbstähnlichkeit



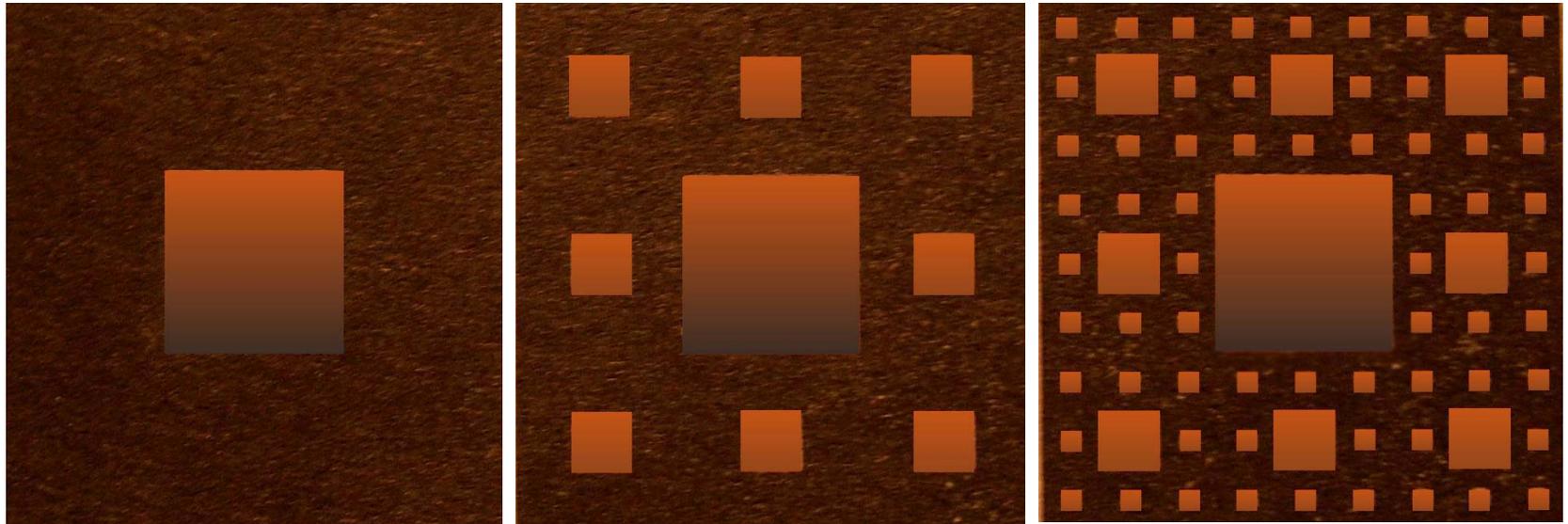
Vier Konstruktionsschritte der Koch-Kurve
(Fraktale Dimension $d = \ln 4 / \ln 3 = 1.2618$)

Geometrische Selbstähnlichkeit



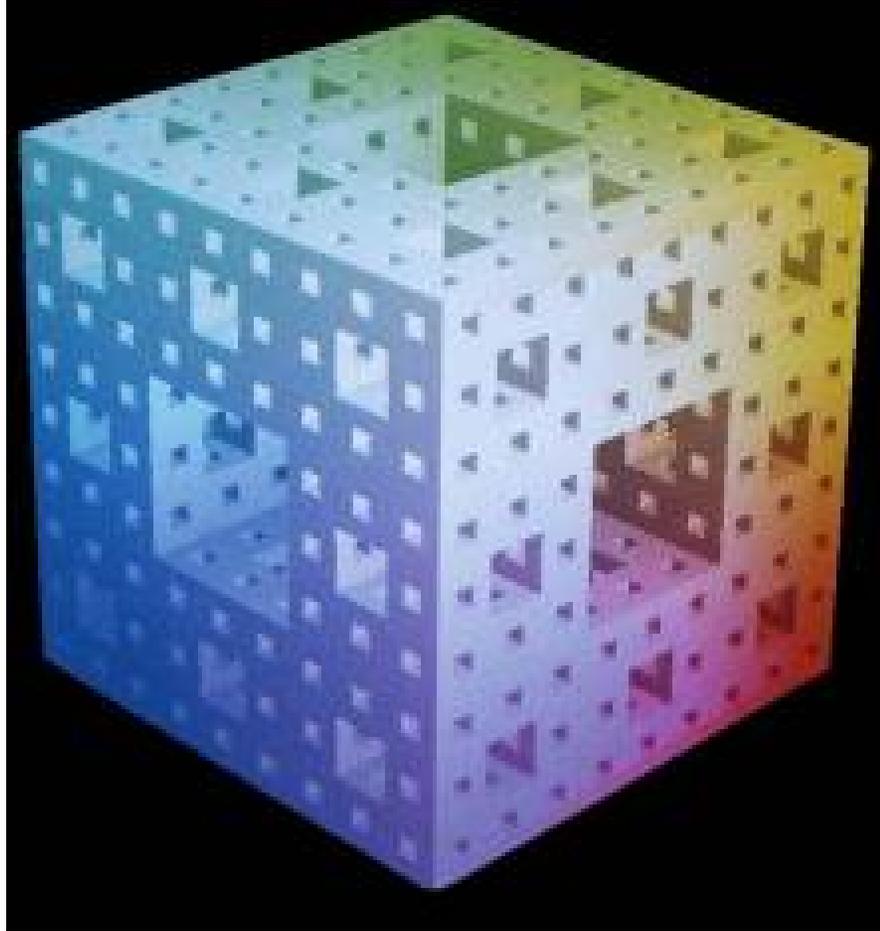
Schneeflocke

Geometrische Selbstähnlichkeit



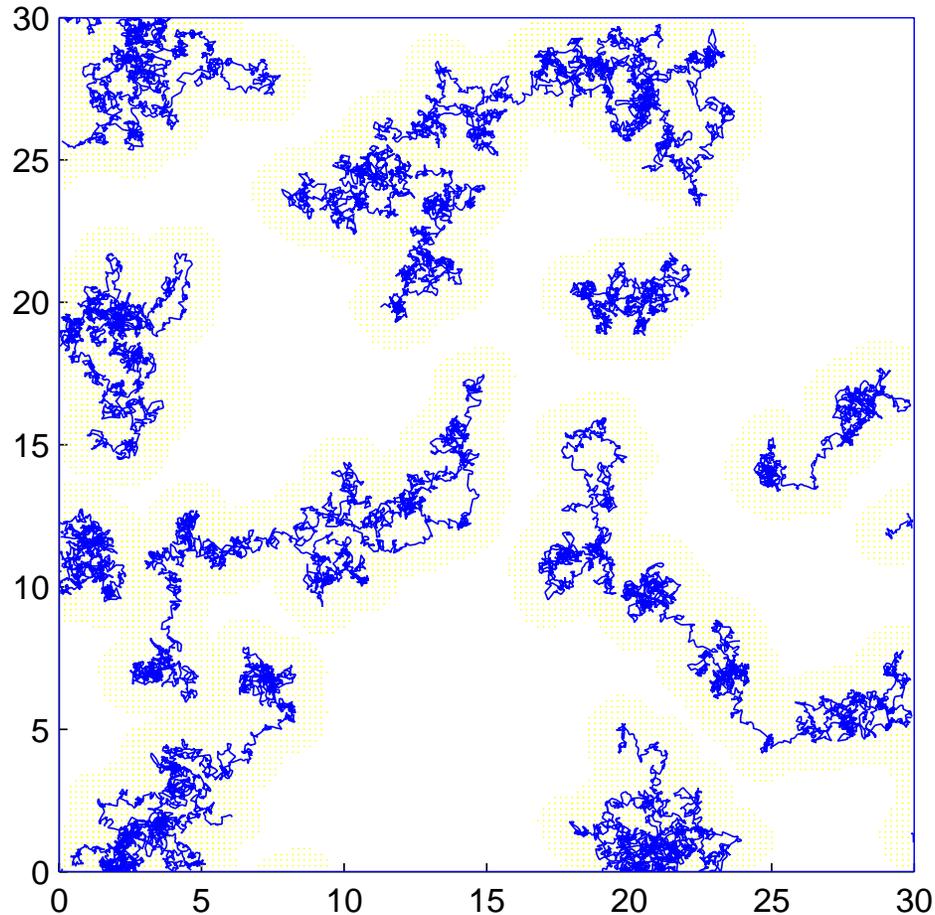
Sierpinski-Teppich
(Fraktale Dimension $d = \ln 8 / \ln 3 = 1.8927$)

Geometrische Selbstähnlichkeit



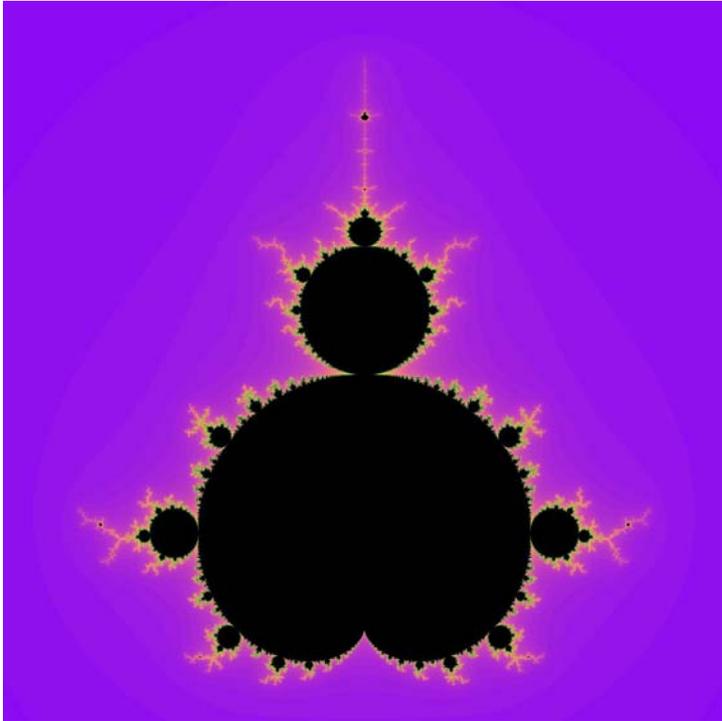
Menger-Schwamm

Statistische Selbstähnlichkeit

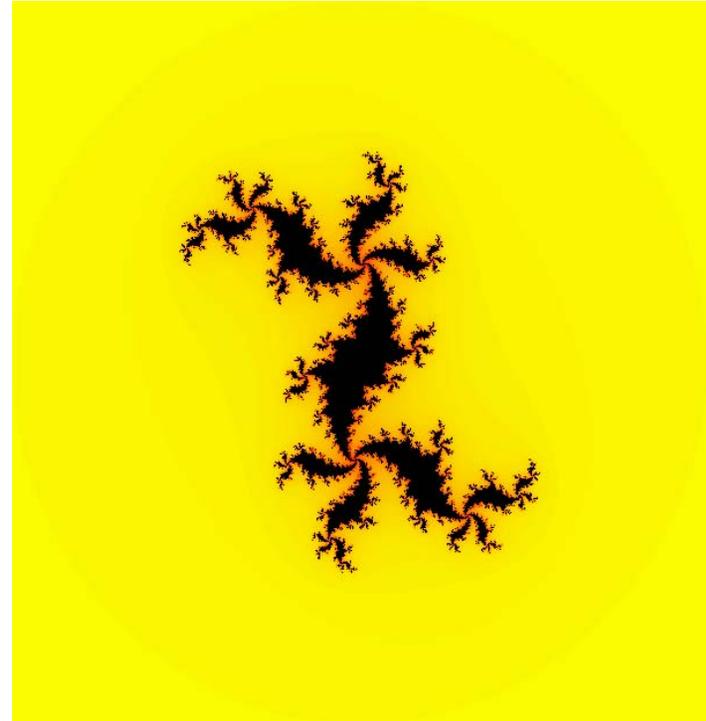


Brownsche Bewegung

Fraktale: weitere Beispiele

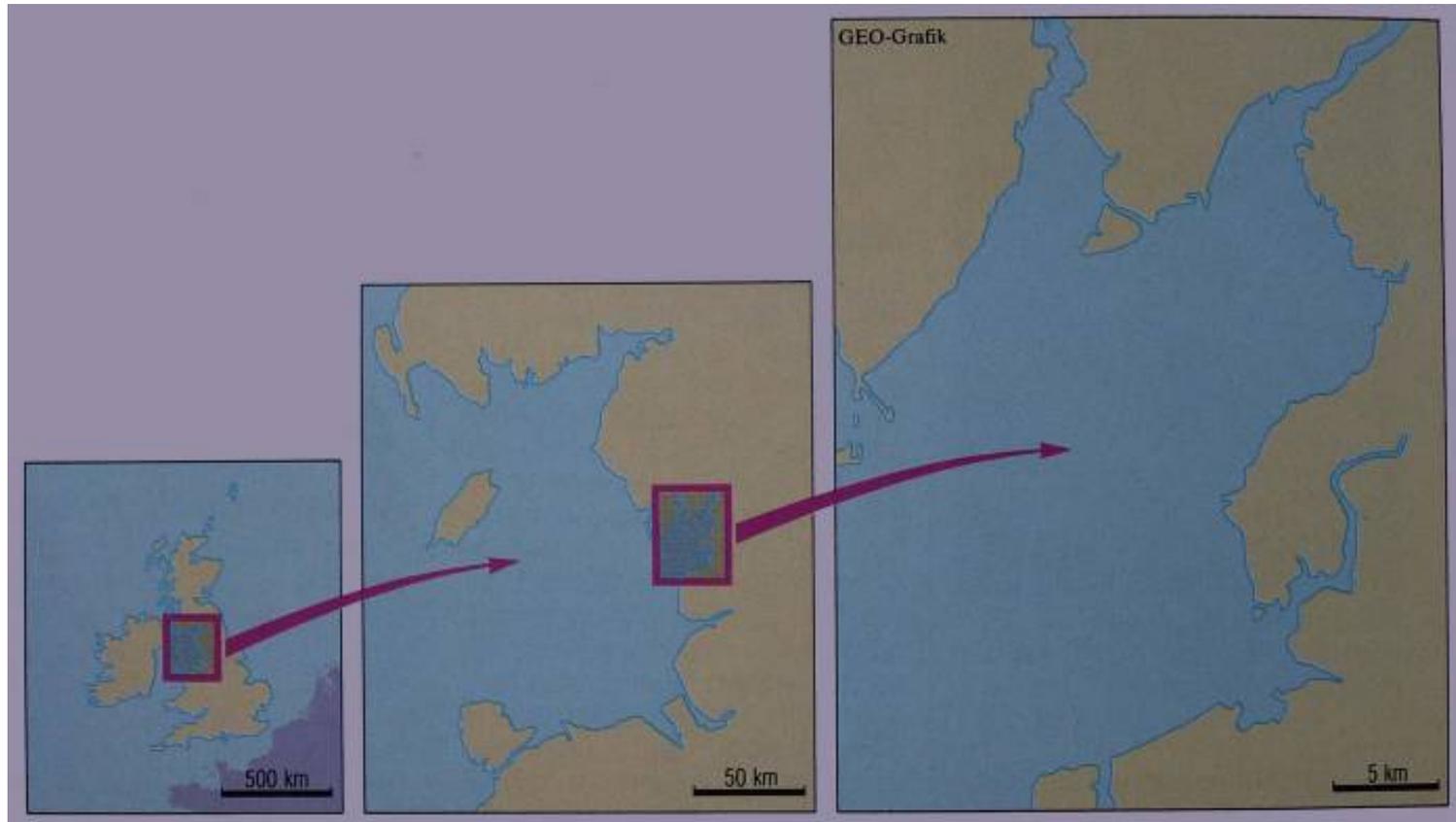


*Mandelbrot-Menge
(„Apfelmännchen“)*



Julia-Menge

Fraktale Dimension



Wie lang ist der Küste von England? (Richardson, 1961)

Länge der gemeinsamen Staatsgrenzen

Spanien: 987 km	Portugal: 1214 km
Niederlande: 380 km	Belgien: 449 km

Bis zu 20% Diskrepanz zwischen den Messwerten!

$$L(r) \approx l \cdot r^{1-d}$$

$L(r)$ – Länge bei Verwendung des Längenmaßes r ,
 d – fraktale Dimension. Hier: $d \approx 3/2$

Fraktale Dimension

Topologische Dimension D : Anzahl der Koordinaten
($D=0, 1, 2, 3, \dots$)

Für das Volumen des Einheitswürfels gilt: $N \cdot (1/a)^D = 1$,
 N = Anzahl der kleinen Würfel der Zerlegung,
 $1/a$ = ihre Seitenlänge

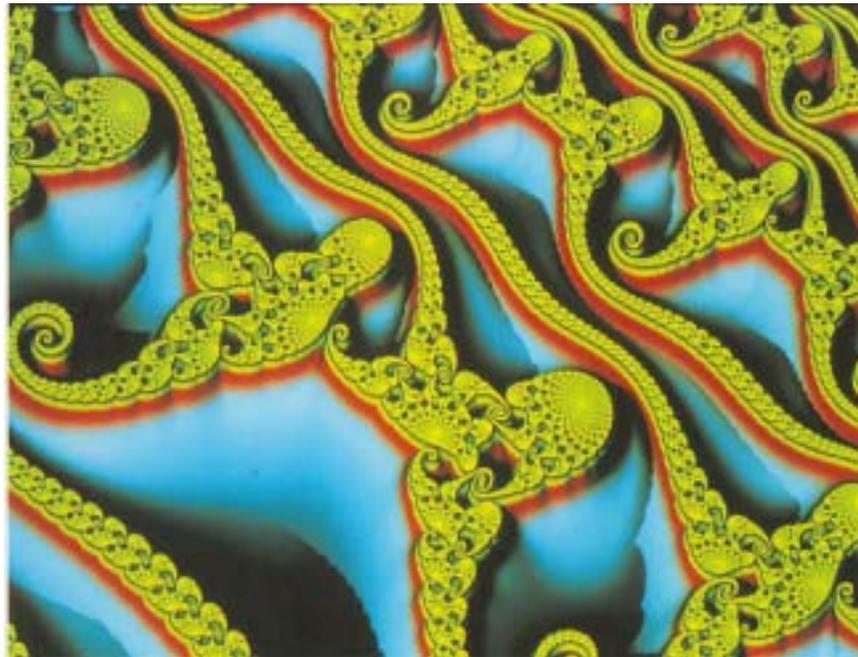
Fraktale Dimension d : $d \geq D$, d nicht unbedingt ganzzahlig.

Für geometrisch selbstähnliche Mengen:

$$d = \log N / \log a,$$

N = Anzahl der Kopien seiner Selbst,
 a = Verkleinerungsfaktor

Fraktale Dimension



Definiton der Fraktale : Mengen, für die $d > D$ gilt

Verteilung der Masse im Weltall

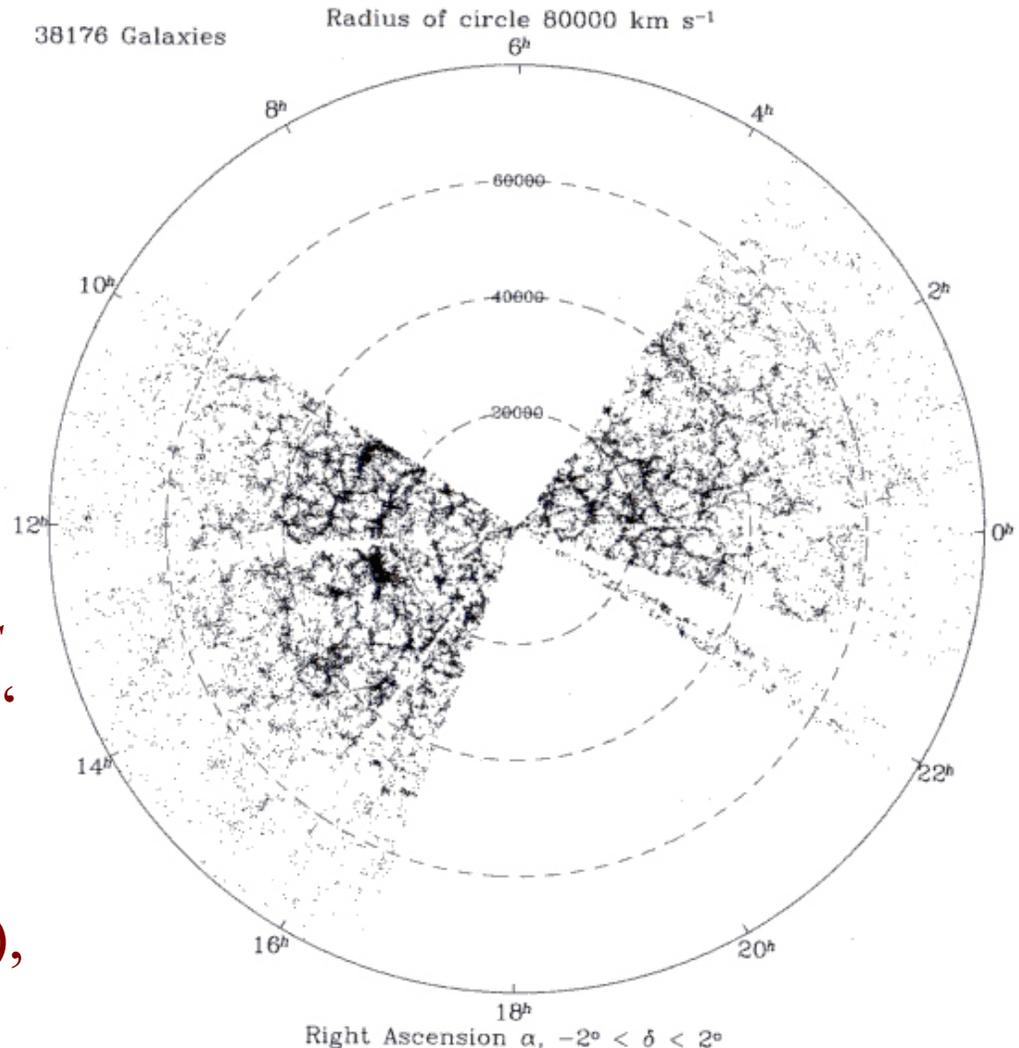
$$M(r) \propto r^d$$

oder

$$\frac{M(r)}{r^3} \propto (1/r)^{3-d},$$

$$d = 1.23$$

Lösung des „Paradoxons
des strahlenden Weltalls“
(J. Kepler)
*Fraktale Modelle des
Weltalls*: Fournier (1907),
Hoyle (1953)



Alte Ideen im neuen Gewand



Hermetische Gesetze



Hermes Trismegistos
(der dreifach größte)



Altägyptischer Gott
Thot

Oben wie Unten

Tabulae smaragdinae

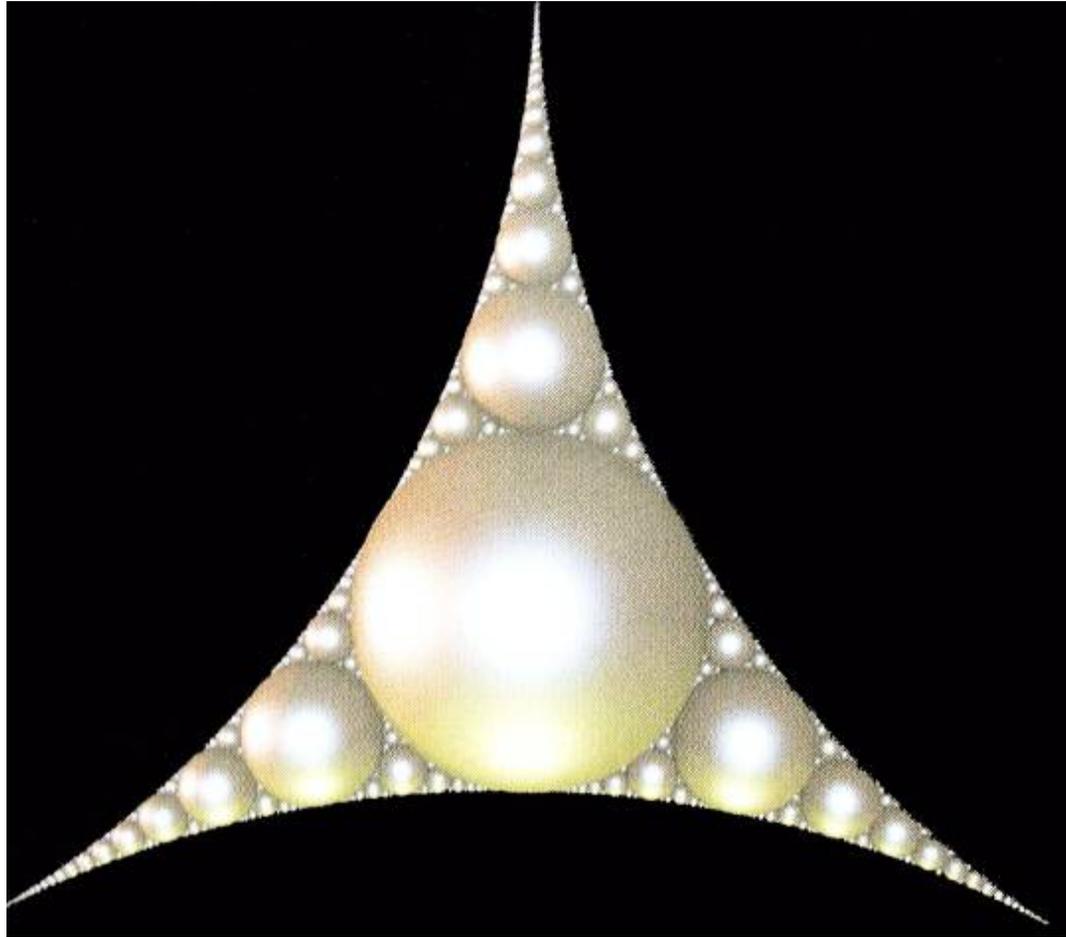
Verra secretorum Hermetis
Trismegisti

1. Verum, sine mendasio,
certum et verissimum.
2. Quod est inferius, ist sicut
id quod est superius, et
quod est superius, est sicut
id quod est inferius, ad
perpetranda miracula rei
unius.



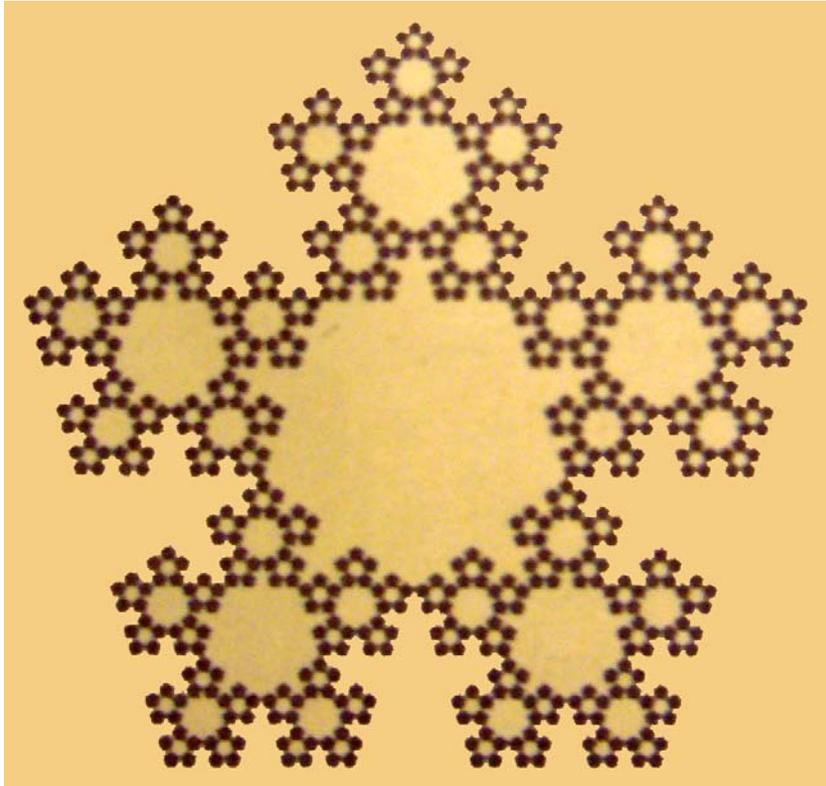
Gott Thot-Hermes

Alte Ideen im neuen Gewand

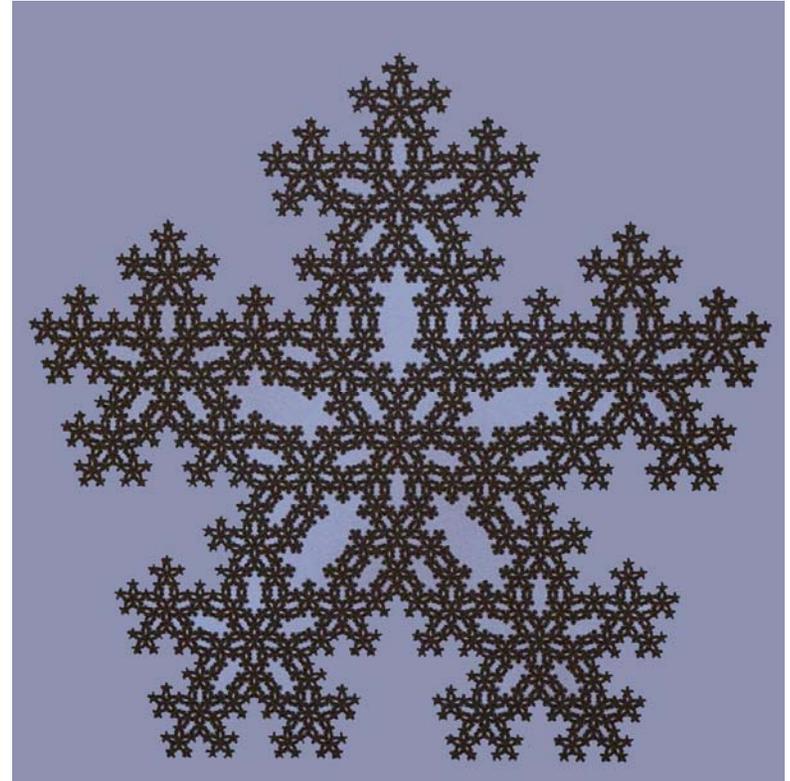


Fraktale Kugelpackung (Apollonius von Perge, ca. 200 v. Chr.)

Alte Ideen im neuen Gewand



Waclaw Sierpinski (1915)



Albrecht Dürer (1520)

Philosophie der Fraktale

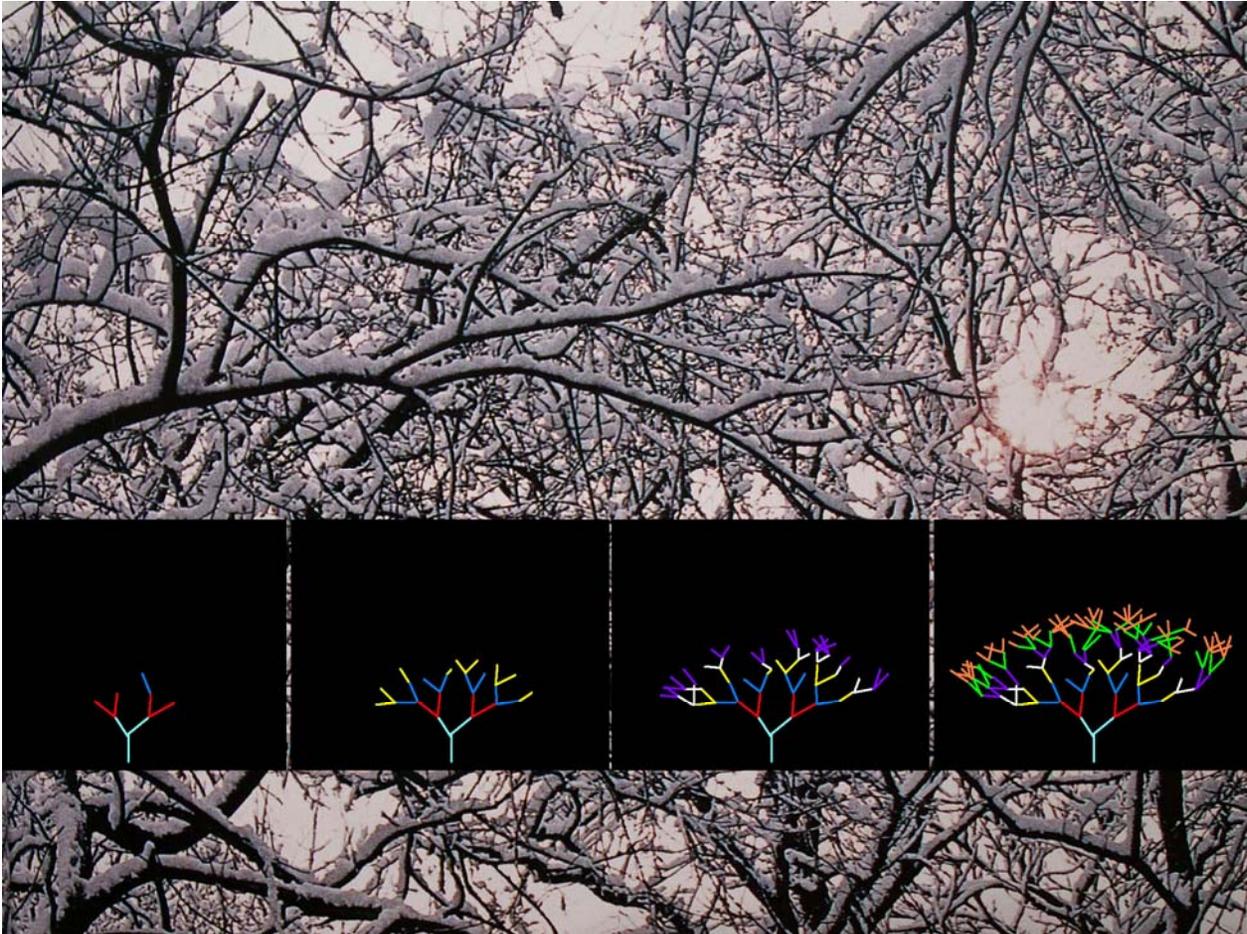


Brücke zwischen den Welten



Himalaya-Berge (Satellitenaufnahme)

Archetypen des Wachstums

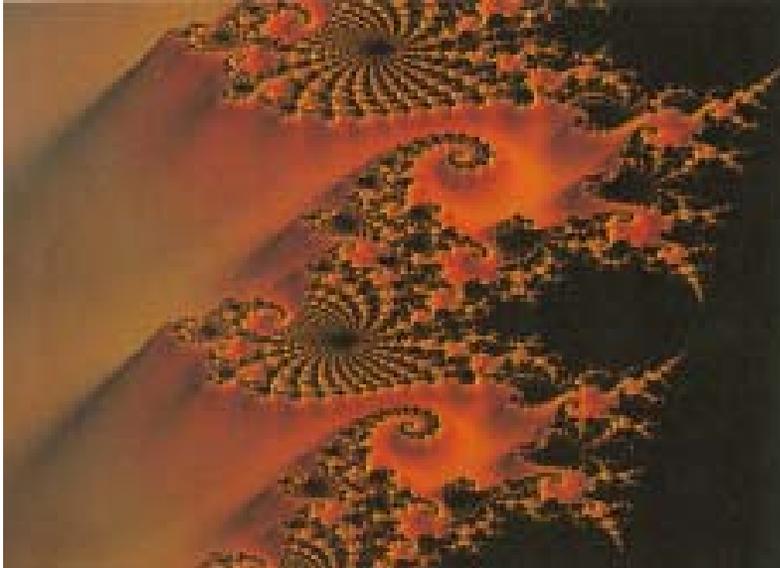


Archetypen der Evolution



Eiche (Kalifornien, USA)

Chaos und Ordnung



Bestimmung oder Zufall?

Fraktale in der Natur

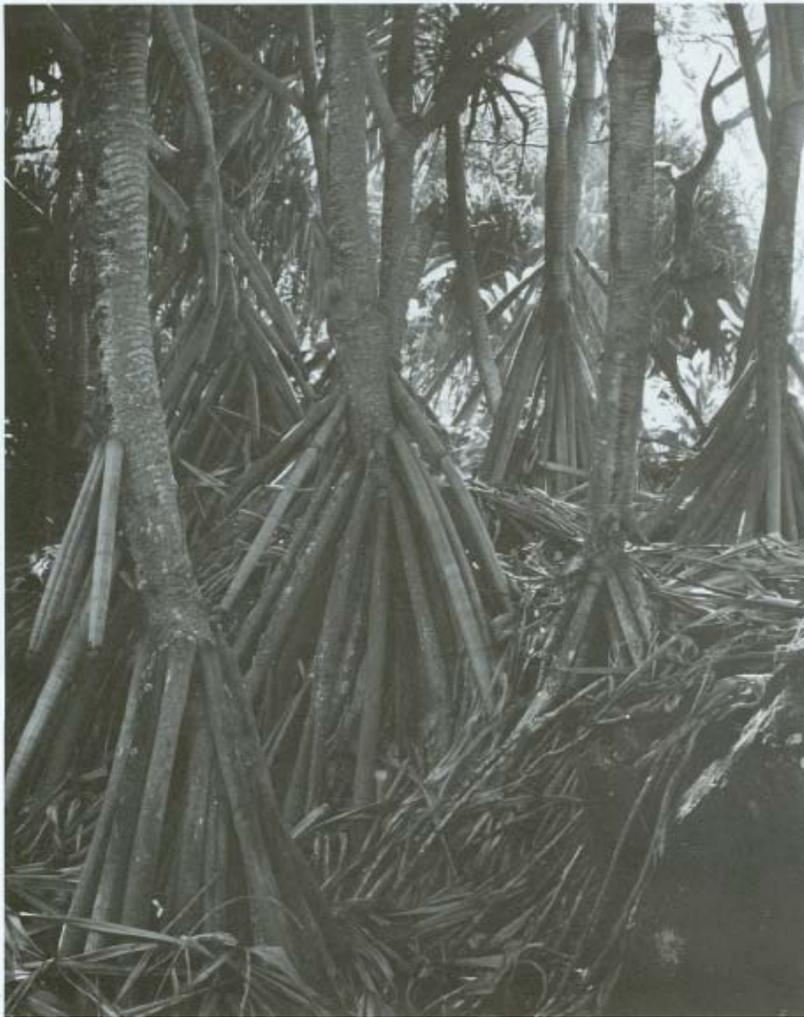
L'imagination se lassera plutot de
concevoir que la nature de fournir.



Blaise Pascal

Eisformation von Kilimanjaro

Fraktale in der Natur



Wälder auf Hawaii

Fraktale in der Natur



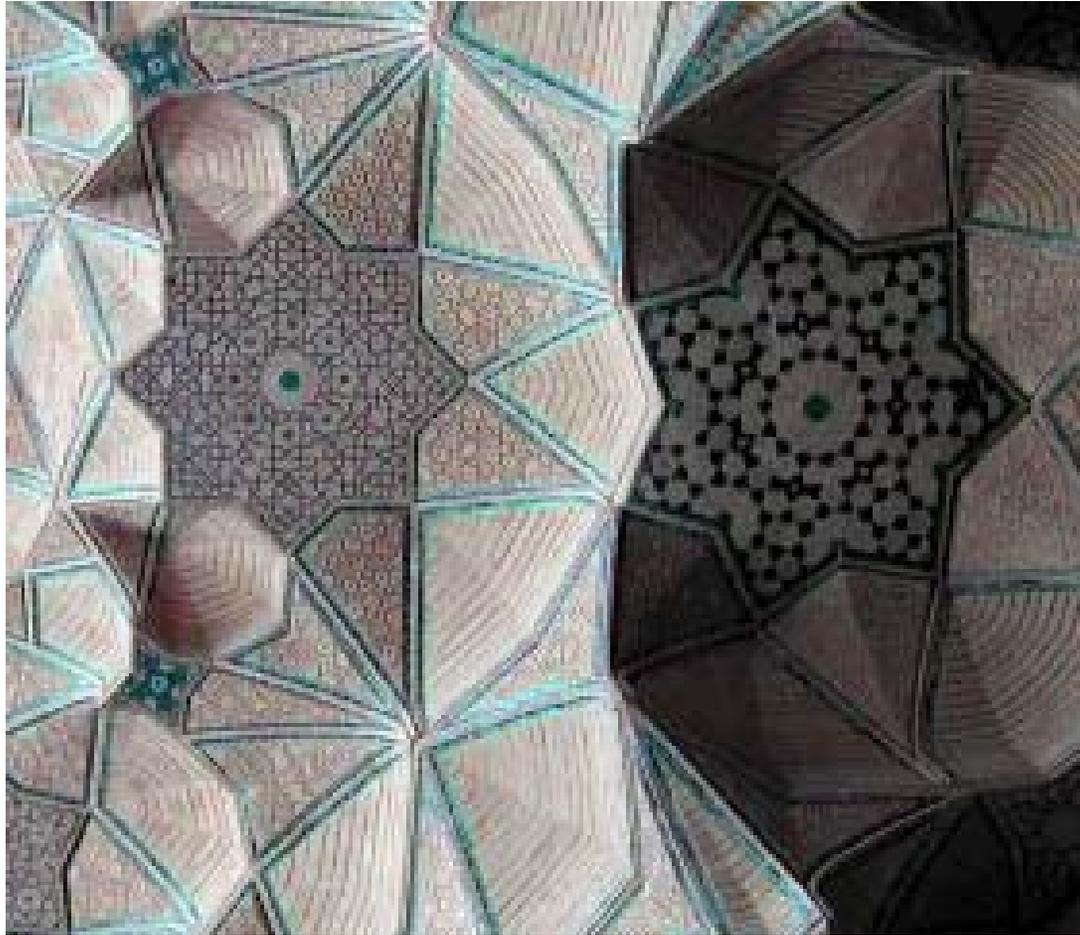
Lava-Formationen auf Hawaii

Fraktale in der Natur



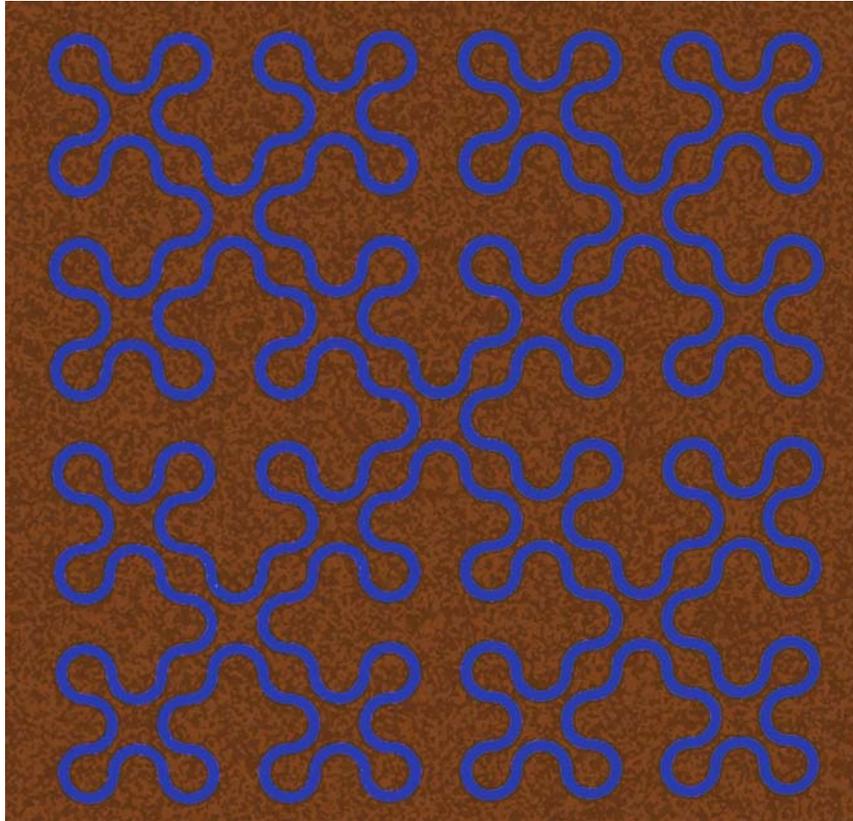
Wadi Hadramaut (Satellitenbild)

Fraktale in der Kunst



Decke der Isfahan –Moschee, Iran

Fraktale in der Kunst



Kolam-Muster aus dem traditionellen Indien

Fraktale in der Kunst



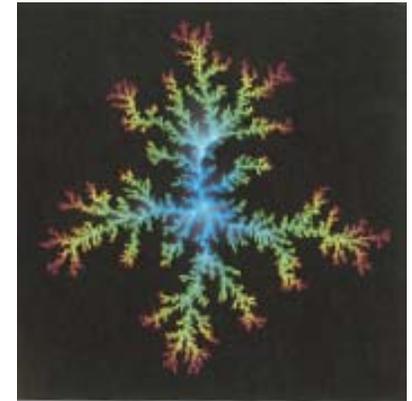
Carlos Ginzburg „Dieu Fractal“

Fraktale in der Kunst



Jean-Paul Agosti „Im Garten Eden“

Literatur



Allgemeine Quellen

- Tangente, Hors série N°18 : La magie des fractales
- Bernard Sapoval: Universalités et fractales, 1997.
- GEO, Wissen : Chaos und Kreativität, Nov. 1993

Mathematische Quellen

- M. Barnsley. Fractals everywhere. 2nd ed, Academic Press, 1993.
- K. Falconer. Fractal geometry. Mathematical foundations and applications. 2nd ed, Wiley, 2003.
- K. Falconer. Techniques in fractal geometry. Wiley, 1997.
- B. Mandelbrot Die fraktale Geometrie der Natur. Basel, 1991.
- H.-O. Peitgen, H. Jürgens, D. Saupe. Chaos and fractals. New frontiers of science. 2nd ed., Springer, 2004.
- H.-O. Peitgen, P. Richter. The beauty of fractals. Springer, 1986.
- H.-O. Peitgen, D. Saupe, eds. The science of fractal images. Springer, 1988.
- H. Zeitler, D. Pagon. Fraktale Geometrie - eine Einführung. Vieweg, 2000.

Fraktale in der Kunst

- S. Condé, Ed. L'art fractal. La Différence, 2000.
- S. Condé, Ed. Fractal, la complexité fractale dans l'art. La Différence en 1993.
- Die Kolam-Figuren Südindiens, Spektrum der Wissenschaft 6 / 2003, S.74.

Fraktale in der Musik

- M. Gardner. Fractal music, hypercards and more. Freeman, 1992.
- A. Zalmanski. Les scintillements de Richard Voss, Artikel von in der französischen Zeitschrift „Tangente“, pp. 50-51 (Hors série N° 18: La magie des fractales)

WWW-Links

- <http://www.fraktalroman.de/main02.htm>
- <http://www.lactamme.polytechnique.fr>
- www.f-lohmueller.de/links/indexfrd.htm