



ulm university universität
uulm



Replizierende Portfolios

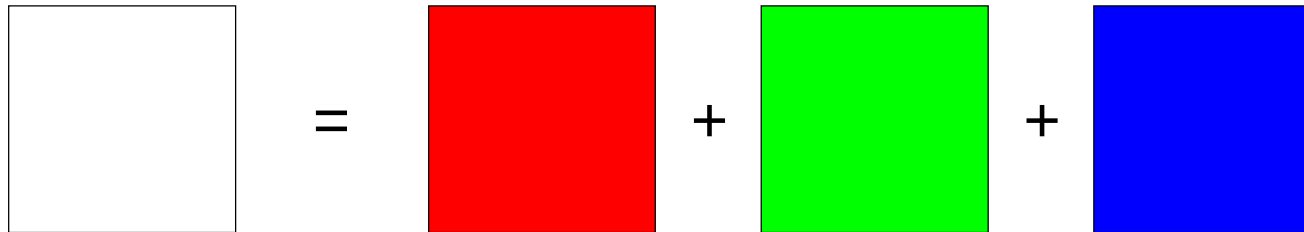
Übersicht

-  Was ist ein replizierendes Portfolio?
-  Methodik
-  Ein einfaches Beispiel



Replizierende Portfolios – Die Grundidee

- Darstellung komplexer Zusammenhänge durch etwas Einfaches

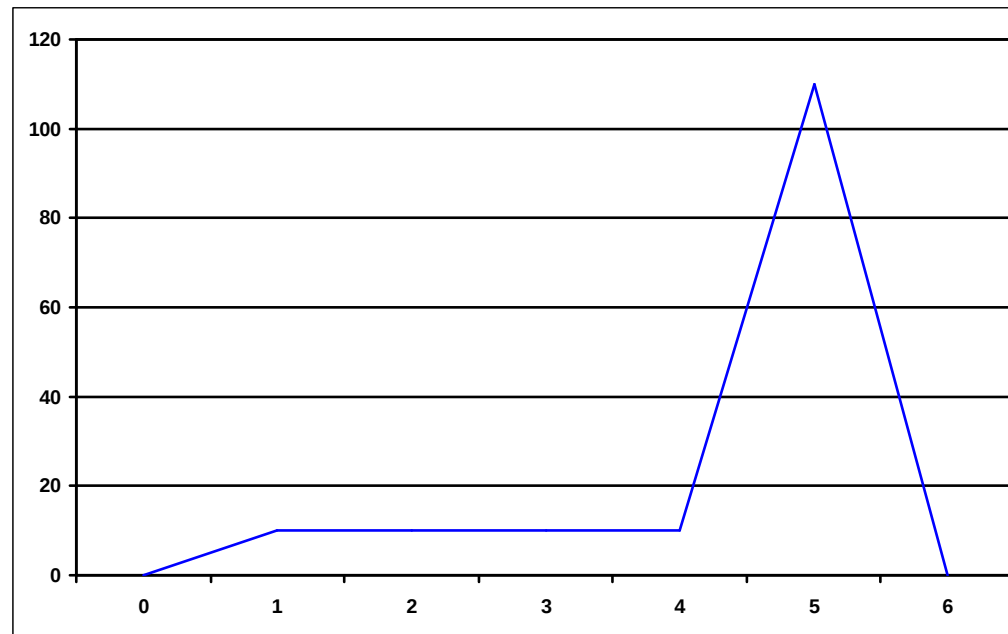


- Bei replizierenden Portfolios bedeutet dies:
 - Darstellung einer Benchmark durch einfache Finanzinstrumente



Beispiel 1

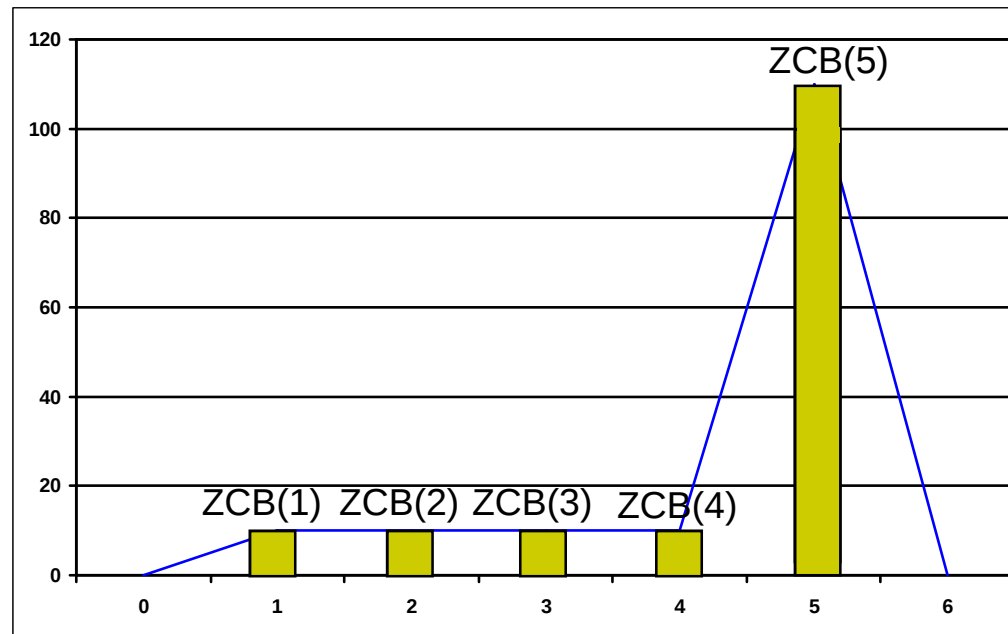
- Darstellung eines 10%-igen Coupon-Bonds mit Laufzeit von 5 Jahren mit Hilfe von Zero-Coupon-Bonds (ZCB)





Beispiel 1

- Darstellung eines 10%-igen Coupon-Bonds mit Laufzeit von 5 Jahren mit Hilfe von Zero-Coupon-Bonds (ZCB)



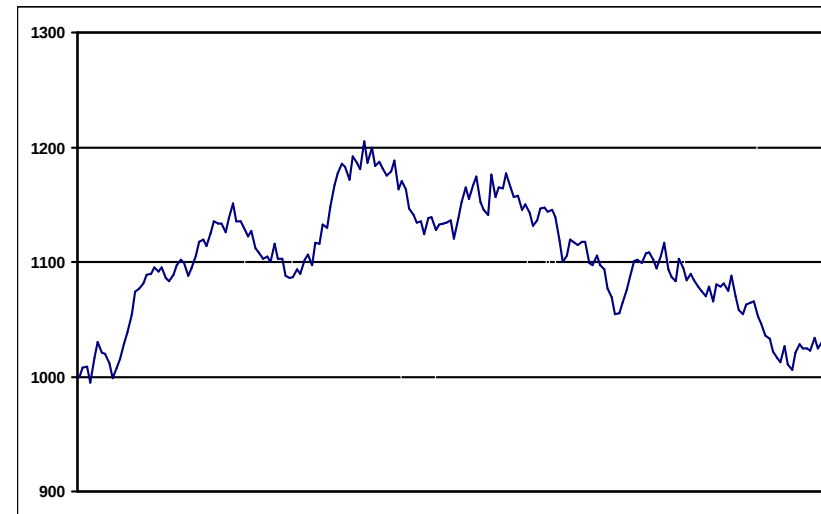
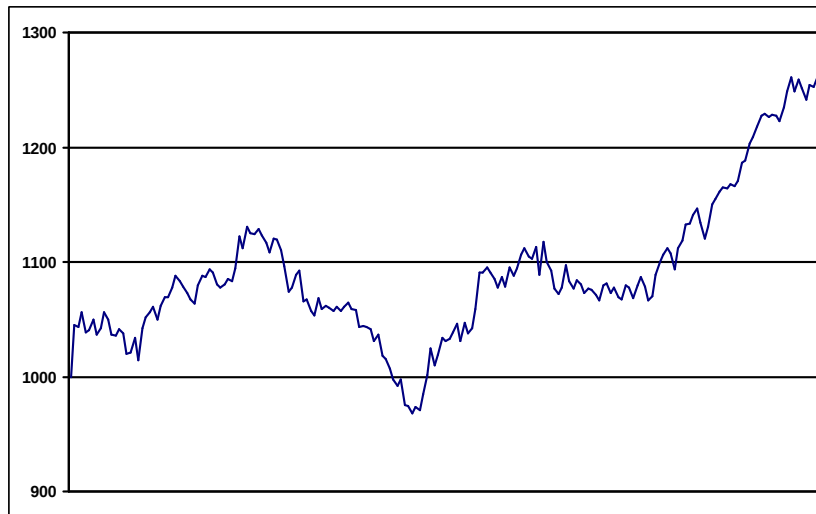
- Für die exakte Replikation benötigt man je 0,1 mal den 1, 2, 3 und 4-jährigen Zero-Coupon-Bonds, sowie 1,1 mal den 5-jährigen Zero-Coupon-Bonds.



Beispiel 2

Replikation folgendes Vertrages:

- Einmalbeitrag 1.000 €, der in eine Aktie investiert wird, die 1.000 € wert ist.
- Laufzeit beträgt 1 Jahr
- Garantiezins 10%



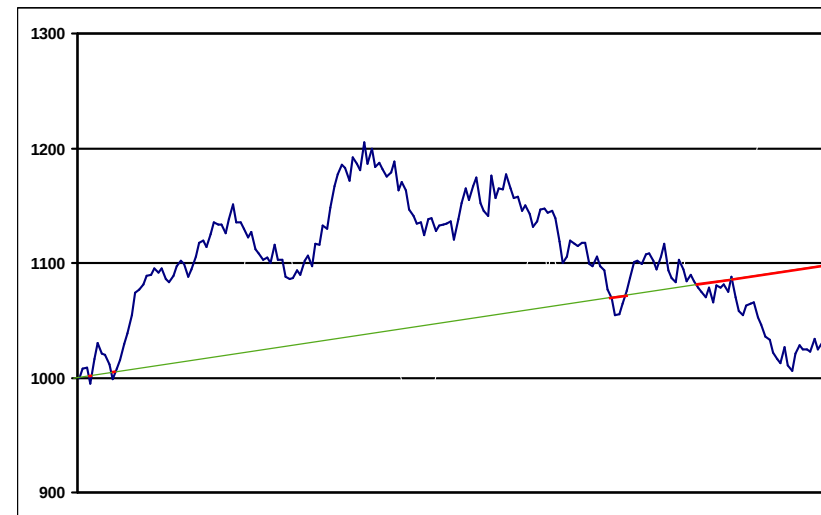
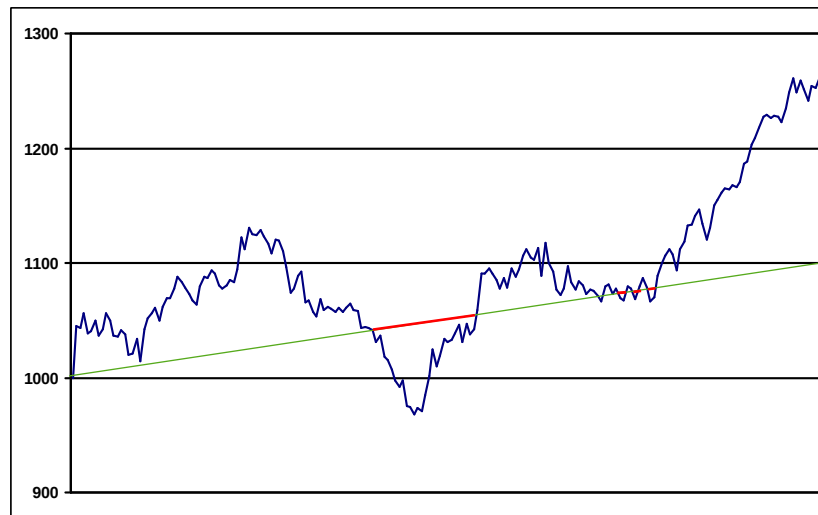
Mögliche Aktienentwicklungen



Beispiel 2

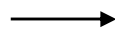
Replikation folgendes Vertrages:

- Einmalbeitrag 1.000 €, der in eine Aktie investiert wird, die 1.000 € wert ist.
- Laufzeit beträgt 1 Jahr
- Garantiezins 10%



Fehlbetrag

Risiko



Europäischer Put auf den Garantiewert
gleicht exakt diesen Fehlbetrag aus.

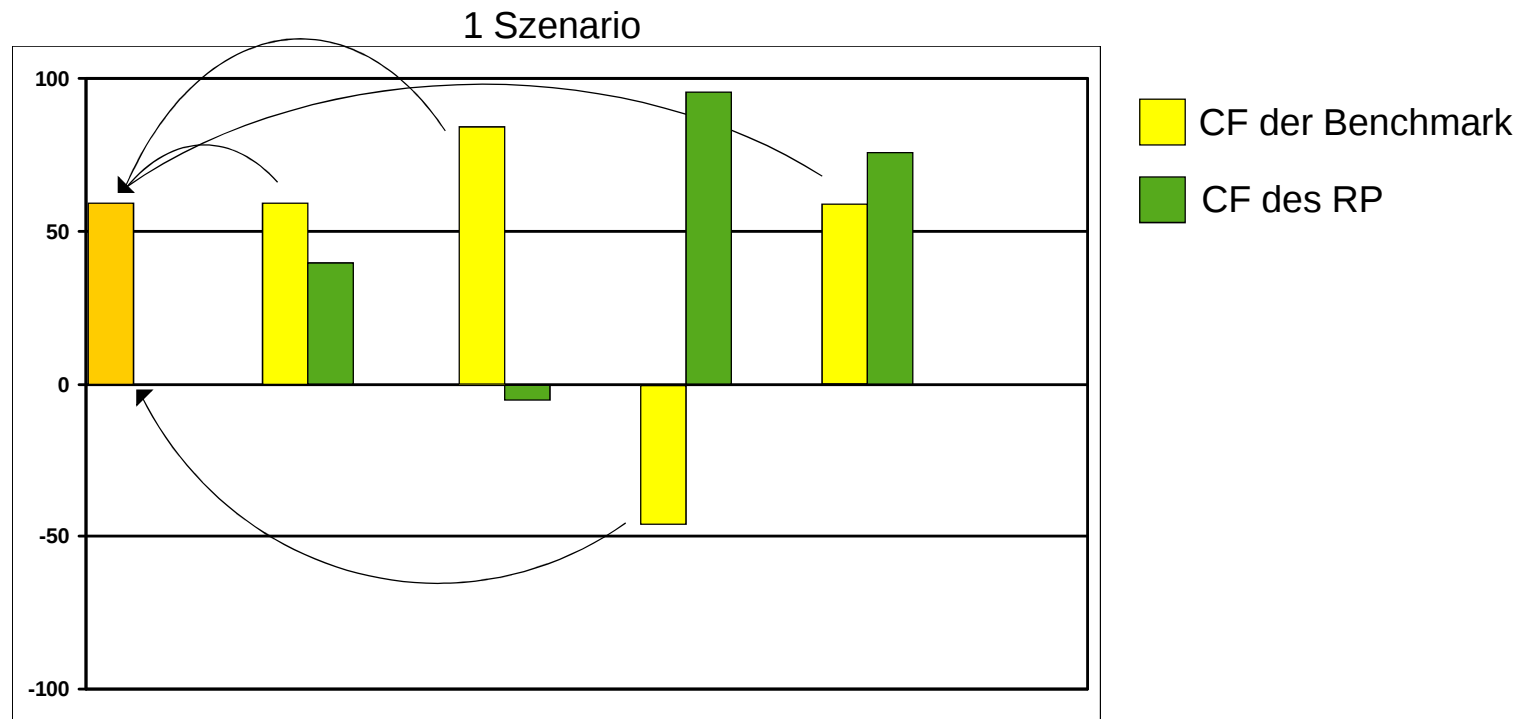
Das replizierende Portfolio besteht aus einer Aktie und einem europäischen Put.



Beispiel 3

Replikation eines Barwertes:

- Der Zahlungsverlauf spielt hierbei keine Rolle



- Finanzinstrumente werden so gewichtet, dass die Barwerte jedes Szenarios gut approximiert werden.



Erste Erkenntnisse:

- Replizierende Portfolios sind sehr variabel einsetzbar
- Man muss genau wissen, wofür man ein replizierendes Portfolio einsetzen möchte

Übersicht



Was ist ein replizierendes Portfolio?



Methodik



Ein einfaches Beispiel

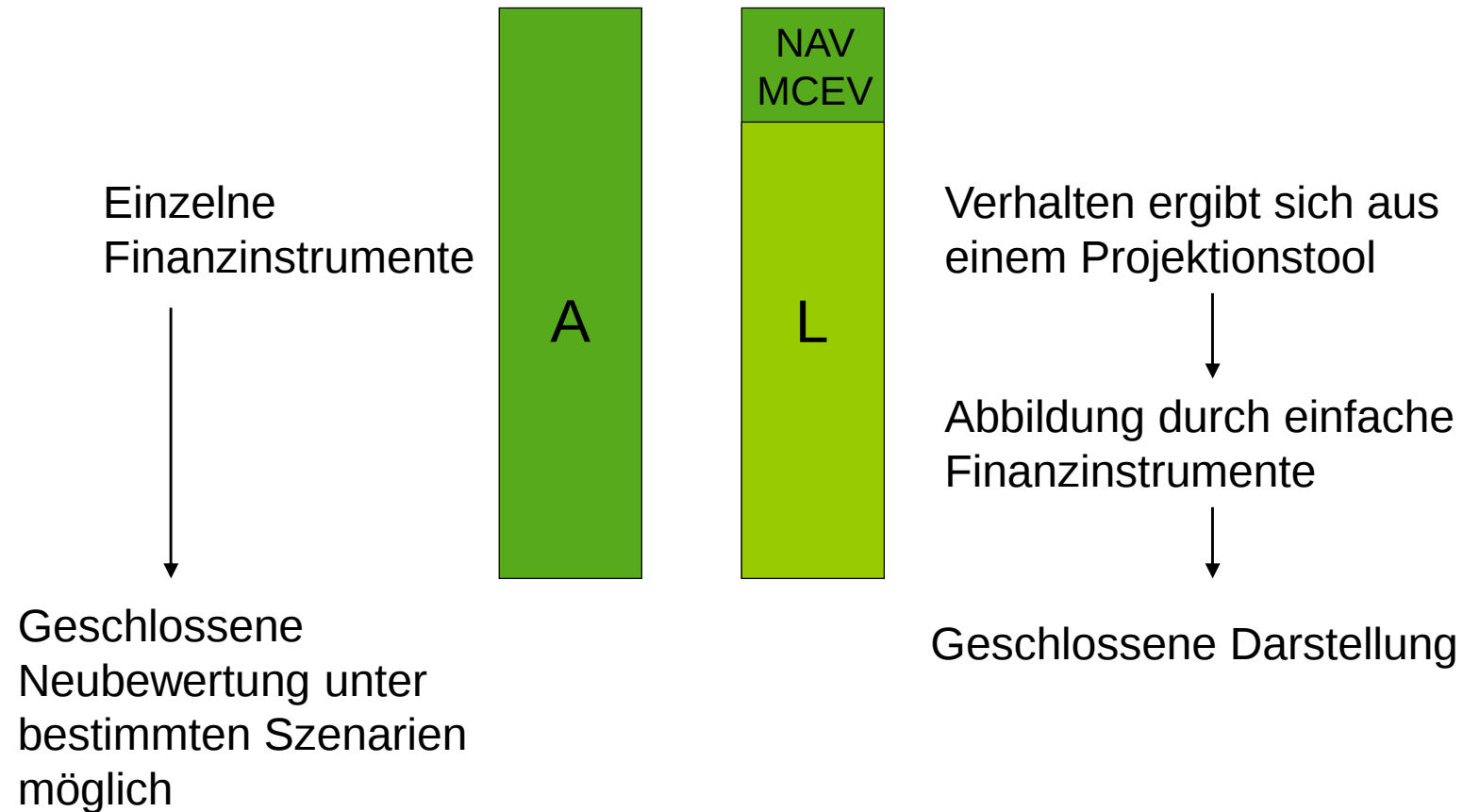


Der Einsatzes bei Versicherungen

- Die primäre Aufgabe eines replizierenden Portfolios besteht derzeit darin, das Risikokapital zu bestimmen, da der traditionelle Ansatz sehr zeitaufwendig ist.



Darstellung der Liabilities durch einfache Finanzinstrumente





Das Cash-Flow Modell

$$\left\| \sum_{n=1}^N \left(\sum_{t=0}^T \left(CF_B^n(t) - \sum_i \varpi_i CF_i^n(t) \right) e^{-\int_{u=0}^t r_u du} \right) \right\| \xrightarrow{!} \min$$

$\varpi \in \Omega$

- Das replizierende Portfolio soll den Verlauf der Zahlungsströme abbilden
 - Ermöglicht eine Bewertung der Benchmark über einen längeren Zeitraum

! Extrem schwer zu bestimmen



Das Barwert-Modell: Ein Spezialfall des CF-Modells

$$\left\| \sum_{n=1}^N \left(\sum_{t=0}^T \left(CF_B^n(t) e^{-\int_{u=0}^t r_u du} \right) - \sum_{t=0}^T \left(\sum_i \varpi_i CF_i^n(t) e^{-\int_{u=0}^t r_u du} \right) \right) \right\| \xrightarrow{!} \min$$

$\varpi \in \Omega$

- RP einfacher zu bestimmen als im CF-Modell
- Verlust der zeitlichen Information, somit kein Einsatz über einen längeren Zeitraum



Das Marktwert-Modell

$$\left\| \sum_{n=1}^N \left(MW_B^n - \sum_i \varpi_i MW_i^n \right) \right\| \xrightarrow{!} \min$$
$$\varpi \in \Omega$$

- Dieses Modell bildet am exaktesten die Theorie ab.
- Das Problem liegt hierbei in der Bewertung der Benchmark, die nicht geschlossen erfolgt.



Einsatz von Nebenbedingungen

- Häufig soll ein replizierendes Portfolio einige Eigenschaften besitzen, die zwingend erforderlich sind.
 - Dafür werden Nebenbedingungen eingesetzt, zum Beispiel:
 - Marktwert Benchmark = Marktwert des RP
 - Verlauf der Zahlungsstromes soll in einem bestimmten Szenario, z.B. dem BestEstimate-Szenario, exakt abgebildet werden.
 - USW.



Die Auswahl der Finanzinstrumente erfolgt basierend auf verschiedenen Blöcken

Finanzkomponenten der Versicherungsprodukte

- Zahlungsströme ohne Optionen und Garantien
- Garantieverzinsung
- Erhöhtes kapitalmarktabhängiges Sorno



Mögliche Finanzinstrumente

Zero-Coupon Bonds, Cash oder Aktien

Put-Optionen auf zugrundeliegende Aktien, Cap/Floors, Swaps oder Swaptions

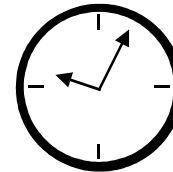
Amerikanische Swaptions



Vorteile des Einsatzes replizierender Portfolios

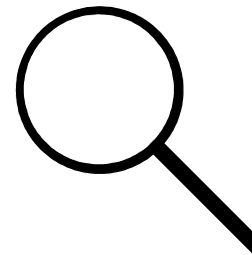
- **Verbesserte Berichterstattung**

- Schnellere Bewertungen der Verpflichtungen ermöglicht
 - Berichterstattung in kürzeren Intervallen
 - Adhoc Berichte



- **Verbesserte Analysemöglichkeiten**

- Verteilung der Ergebnisgrößen bestimmbar, nicht nur Quantile.
- Verbesserte Aggregation im Risikokapital durch Simulation mit gemeinsamer Verteilung.



- **Solvency II fähige Methodik**

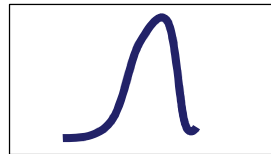




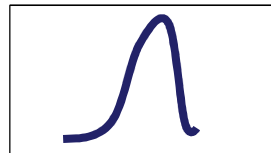
Verbesserte Analyse - Bewertung der Risiken

Marktrisiken

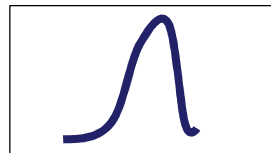
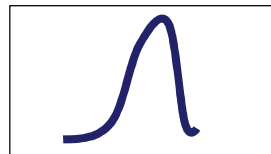
Zinsrisiko



Aktienrisiko

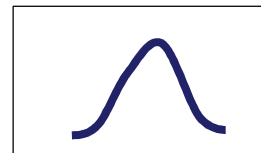


Weitere Risiken



Bestimmung des Risikokapitals basiert auf einem Quantil der Verlustfunktion

$$L = AC_0 - \frac{AC_1}{1+i}$$



Risikokapital



Aber:

Ein einzelnes Replizierendes Portfolio kann nicht alle Aufgaben abdecken!



Man muss genau wissen, wozu man das replizierende Portfolio einsetzen möchte!

Übersicht



Was ist ein replizierendes Portfolio?



Methodik



Ein einfaches Beispiel



Ziel

- Basierend auf dem MW-Modell soll das Risikokapital (i.e. das 99,95%-Quantil einer Verlustfunktion L) eines einzelnen Vertrages bestimmt werden.
- Vertrag:
 - Laufzeit : 10 Jahre
 - Garantiezins: 3,5%
 - Überschussbeteiligung: 90%
 - Einmalbeitrag: 10.000 €
- Zum Vergleich: Das Risikokapital beträgt mit einem Standardansatz 1.316,62 €.



Die Bestimmung des Risikokapitals

$$\left\| \sum_{n=1}^N \left(MW_L^n - \sum_i \varpi_i MW_i^n \right) \right\| \xrightarrow{!} \min$$

$$\varpi \in \Omega$$



Replizierendes Portfolio



Verlustfunktion



Risikokapital



Schritt 1: Szenarienauswahl für die Replikation

- Szenarien müssen reichhaltig genug sein sein.
 - Szenarien müssen die ganze Variabilität der Benchmark abdecken können.
 - Alle Marktrisiken, die berücksichtigt werden müssen, sollen im Szenariensatz ausreichend abgebildet sein.
- Die Anzahl an Szenarien muss deshalb ausreichend groß gewählt werden.
- Man kann sich auch überlegen, ob man die Szenarien unterschiedlich gewichtet.



Schritt 2: Anzahl und Auswahl der Instrumente

- Die Instrumente sollen nur diejenigen Marktrisiken abbilden, die auch tatsächlich notwendig ist.
 - Wenn der Versicherer nur Aktien aus dem DAX hält, so sollte man z.B. keine Aktien aus dem HangSeng für die Replikation verwenden.
 - Jede Aktie ist ein eigener Risikotreiber
 - Zusätzlich Wechselkursrisiken
- Zu viele Instrumente ermöglichen der Optimierungsalgorithmus „Overfitting“.



Schritt 3: Modellfindung

- Durch die Wahl des MW-Modelles ist das Modell noch nicht endgültig definiert:
 - Wahl der Optimierungsnorm
 - Wahl von Nebenbedingungen
 - Wahl des Optimierungsalgorithmus' (nur beschränkt möglich)
- Dadurch ist die Bestimmung eines geeigneten replizierenden Portfolios ein sehr komplexer und iterativer Vorgang.



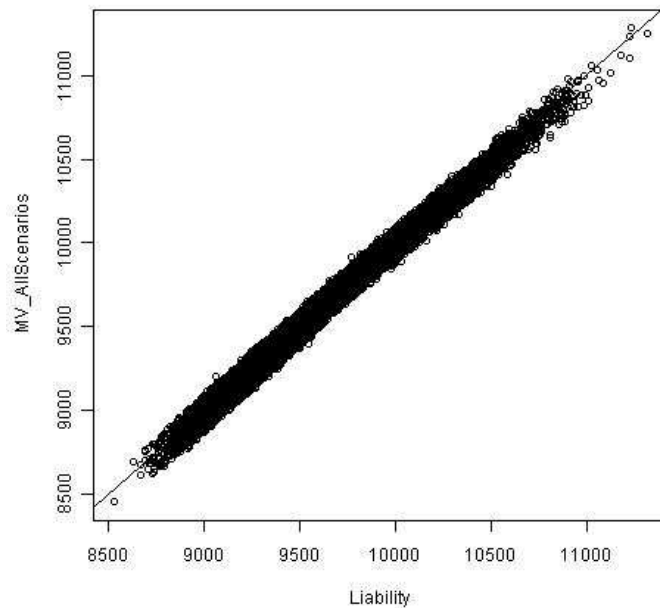
Wie wurde die Auswahl in diesem Beispiel getroffen?

- Replikationsszenarien:
 - 1.000 1-jährige Real-World Szenarien
- Finanzinstrumente:
 - Geldmarktkonto
 - Zero-Coupon Bonds mit Laufzeiten von 1 bis 10 Jahren
 - Die Aktiv-Seite der Bilanz
 - Der Put auf die Aktien-Seite mit entsprechenden Strikes mit Laufzeiten von 1 bis 10 Jahren
- Das Replikationsmodell:
 - Repliziert wird nicht die Verlustfunktion L sondern nur der Marktwert der Versicherungsverpflichtungen
 - Das Marktwert-Modell ohne Hinzunahme von Nebenbedingungen

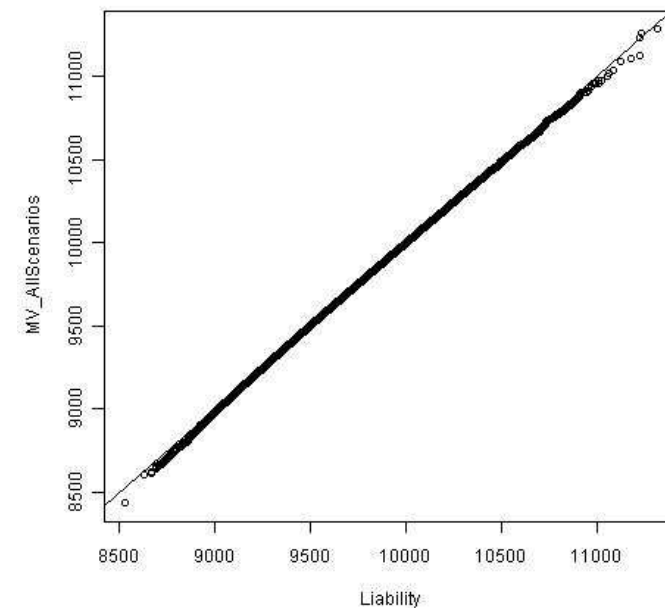


Ergebnisse:

- $R^2 = 99,60\%$
- Das Risikokapital beträgt 1.317,97 €, dies ist eine Abweichung von 0.10% von dem klassisch berechneten Risikokapital (1.316,92 €).



Scatterplot

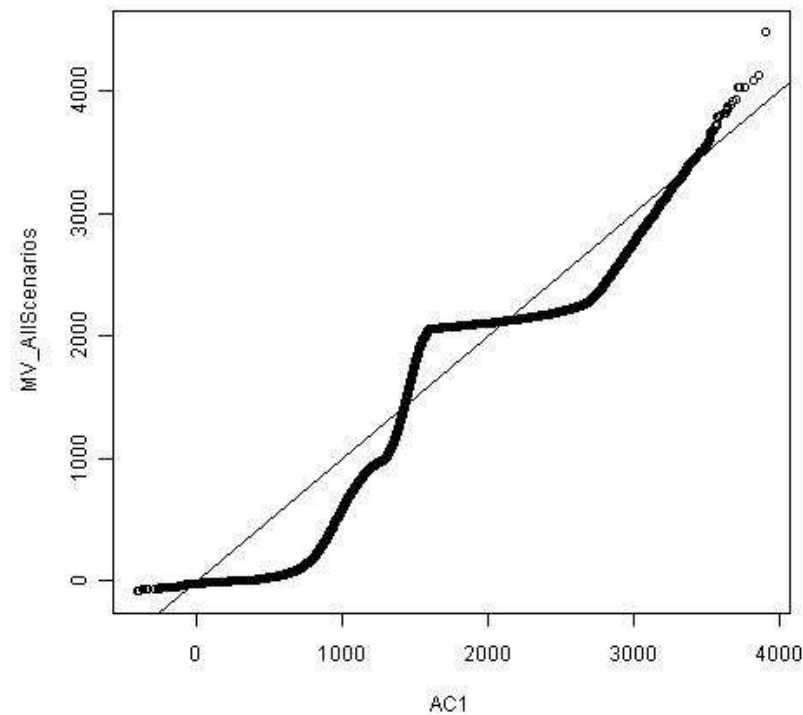


Quantilplot



Was sonst noch passieren kann...

Nicht jede Replikation liefert so „schöne“ Ergebnisse, sondern:

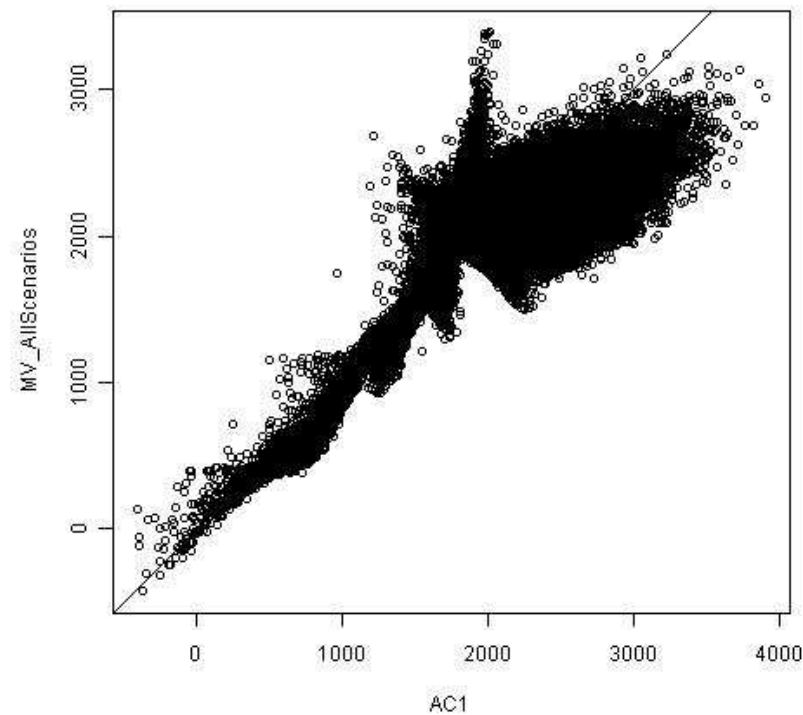


Quantilplot



Was sonst noch passieren kann...

Nicht jede Replikation liefert so „schöne“ Ergebnisse, sondern:



Scatterplot



Fazit: Replizierende Portfolios ...

- ... sind sehr variabel einsetzbar.
 - ... lassen sich sehr einfach bewerten.
 - ... ermöglichen eine „direkte“ Bewertung des gemeinsamen Risikos.
 - ... ermöglichen neue Ansätze in der Risikoüberwachung.
-
- ... müssen auf ihre Anwendung hin bestimmt werden.

Vielen Dank für die Aufmerksamkeit

Bei Fragen und Anregungen:

Axel Seemann

A.Seemann@ifa-ulm.de