



Marktkonsistente Bewertung von Privaten Krankenversicherern

WiMa 2011 | Ulm | Jan-Philipp Schmidt

Modellierung und Analyse

Motivation

- ▶ Welchen **Wert** besitzen Krankenversicherungsverträge für die Aktionäre einer deutschen privaten Krankenversicherung?
- ▶ Was sind die **Haupteinflussgrößen**?
- ▶ Wie groß ist das **Risiko** für die Aktionäre?
- ▶ Wie beeinflussen **besondere Vertragseigenschaften** den Wert und das Risiko der Verträge?

Literatur zur Thematik

- ▶ **Bilanzprojektionen** von Versicherungsverträgen:
 - ▶ Kling et al. (2007)
 - ▶ Gerstner et al. (2008)
- ▶ Marktkonsistente Bewertung von **einzelnen Verträgen**:
 - ▶ Bacinello (2003)
- ▶ Marktkonsistente Bewertung von **Beständen**:
 - ▶ Sheldon and Smith (2004)
 - ▶ Castellani et al. (2005)
 - ▶ Wüthrich et al. (2010)
- ▶ Prinzipien des Market Consistent Embedded Value:
 - ▶ CFO Forum (2009)

Agenda

Bewertungsmodell

Stochastische Umwelt

Versicherungsunternehmen

Bewertung

Ergebnisse

Agenda

Bewertungsmodell

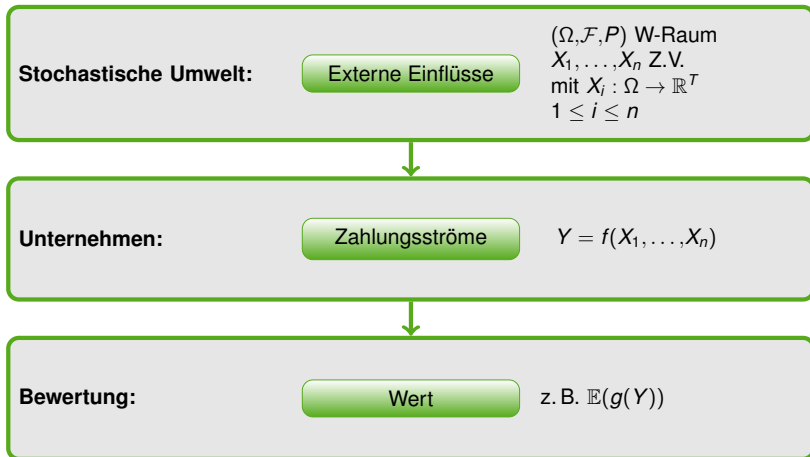
Stochastische Umwelt

Versicherungsunternehmen

Bewertung

Ergebnisse

Bewertungsmodell



vgl. Baur (2009).

Agenda

Bewertungsmodell

Stochastische Umwelt

Versicherungsunternehmen

Bewertung

Ergebnisse

Stochastische Umwelt

- ▶ Kapitalmarktmodell von Jarrow and Yildirim (2003) (JY-Model)
- ▶ Risikofaktoren: reale und nominale Forward-Zinsraten, Inflation

Stochastische Umwelt

- ▶ Kapitalmarktmodell von Jarrow and Yildirim (2003) (JY-Modell)
- ▶ Risikofaktoren: reale und nominale Forward-Zinsraten, Inflation

JY-Modell (Heath-Jarrow-Morton Modell, unter P)

$$df_n(t, T) = \alpha_n(t, T)dt + \zeta_n(t, T)dW_n^P(t)$$

$$df_r(t, T) = \alpha_r(t, T)dt + \zeta_r(t, T)dW_r^P(t)$$

$$dI(t) = I(t)\mu(t)dt + I(t)\sigma_I dW_I^P(t)$$

Stochastische Umwelt

- ▶ Kapitalmarktmodell von Jarrow and Yildirim (2003) (JY-Modell)
- ▶ Risikofaktoren: reale und nominale Forward-Zinsraten, Inflation

JY-Modell (Heath-Jarrow-Morton Modell, unter P)

$$df_n(t, T) = \alpha_n(t, T)dt + \zeta_n(t, T)dW_n^P(t)$$

$$df_r(t, T) = \alpha_r(t, T)dt + \zeta_r(t, T)dW_r^P(t)$$

$$dI(t) = I(t)\mu(t)dt + I(t)\sigma_I dW_I^P(t)$$

$t \in [0, T]$, $I(0) = I_0 > 0$, $f_n(0, T) = f_n^M(0, T)$ und $f_r(0, T) = f_r^M(0, T)$.
(W_n^P, W_r^P, W_I^P) Brownsche Bewegung mit Korrelationen $\rho_{n,r}$, $\rho_{n,I}$ und $\rho_{r,I}$.

Stochastische Umwelt

- Nehme für $t \in [0, T]$ an:

$$\zeta_n(t, T) = \sigma_n e^{-a_n(T-t)} \quad \text{und} \quad \zeta_r(t, T) = \sigma_r e^{-a_r(T-t)}.$$

Stochastische Umwelt

- Nehme für $t \in [0, T]$ an:

$$\zeta_n(t, T) = \sigma_n e^{-a_n(T-t)} \quad \text{und} \quad \zeta_r(t, T) = \sigma_r e^{-a_r(T-t)}.$$

JY-Model (Short rate Modell, unter Q^n)

$$dn(t) = (\vartheta_n(t) - a_n n(t))dt + \sigma_n dW_n(t)$$

$$dr(t) = (\vartheta_r(t) - \rho_{r,l}\sigma_r\sigma_l - a_r r(t))dt + \sigma_r dW_r(t)$$

$$dl(t) = l(t)(n(t) - r(t))dt + l(t)\sigma_l dW_l(t)$$

(W_n, W_r, W_l) Brownsche Bewegung mit Korrelationen $\rho_{n,r}$, $\rho_{n,l}$ und $\rho_{r,l}$ und

$$\vartheta_n(t) = \frac{\partial f_n(0, t)}{\partial T} + a_n f_n(0, t) + \frac{\sigma_n^2}{2a_n} (1 - e^{-2a_n t})$$

$$\vartheta_r(t) = \frac{\partial f_r(0, t)}{\partial T} + a_r f_r(0, t) + \frac{\sigma_r^2}{2a_r} (1 - e^{-2a_r t}).$$

Stochastische Umwelt

Vorteile

- ▶ risikoneutrale Bewertung des Zins- und Inflationsrisikos
- ▶ berücksichtigt Hauptrisikofaktoren eines privaten Krankenversicherers
- ▶ Standardansatz

Stochastische Umwelt

Vorteile

- ▶ risikoneutrale Bewertung des Zins- und Inflationsrisikos
- ▶ berücksichtigt Hauptrisikofaktoren eines privaten Krankenversicherers
- ▶ Standardansatz

Nachteile

- ▶ keine saisonalen Effekte darstellbar
- ▶ viele Parameter ($a_n, \sigma_n, a_r, \sigma_r, \sigma_l, \rho_r, l, \rho_{n,r}, \rho_{n,l}$) zu schätzen
- ▶ reale Werte können nicht beobachtet werden

Agenda

Bewertungsmodell

Stochastische Umwelt

Versicherungsunternehmen

Bewertung

Ergebnisse

Private Krankenversicherungsverträge in Deutschland

- ▶ Substitutive Krankenversicherung: Vertrag lebenslang ausgelegt
- ▶ Nur durch Versicherungsnehmer kündbar
- ▶ Prämie wird mit dem Äquivalenzprinzip kalkuliert (nach Art der Lebensversicherung) und unter der Annahme, dass sich die Gesundheitskosten in der Zukunft nicht verändern
- ▶ Keine Leistungen aus dem Versicherungsvertrag bei Tod oder Storno
- ▶ Prämie enthält einen Sicherheitszuschlag (als Prozentsatz der Prämie, mindestens 5 %).

Wichtige Vertragseigenschaften – Beitragsanpassungen

- ▶ Jährliche Überprüfung der Schäden
- ▶ Wenn die beobachteten Schäden von den erwarteten Schäden abweichen (und Abweichung nicht nur vorübergehend), dann werden alle Rechnungsgrundlagen überprüft und gegebenenfalls angepasst.

Insbesondere kann

- ▶ der erwartete Schaden (gemäß des beobachteten Schadens) und
 - ▶ der Rechnungszins (gemäß den Renditeaussichten der Kapitalanlage)
- angepasst werden.

Wichtige Vertragseigenschaften – Rechnungszins

- ▶ Der Rechnungszins ist mit 3,5 % nach oben begrenzt.
- ▶ Die Höhe des Rechnungszinses orientiert sich am AUZ-Verfahren¹ (Renditeprognose für die Kapitalanlage). Der AUZ ist ein unternehmensindividueller Höchstrechnungszins.
- ▶ Im Rahmen einer Beitragsanpassung kann der Rechnungszins verändert werden.
- ▶ Wenn der Rechnungszins gesenkt wird,
 - ▶ dann steigen die Prämien und der Sicherheitszuschlag,
 - ▶ in der Folge auch das Kapitalanlageergebnis und das Ergebnis aus dem Sicherheitszuschlag.

¹ AUZ Aktuarieller Unternehmenszins

Wichtige Vertragseigenschaften – Rechnungszins

- ▶ Der Rechnungszins ist mit 3,5 % nach oben begrenzt.
- ▶ Die Höhe des Rechnungszinses orientiert sich am AUZ-Verfahren¹ (Renditeprognose für die Kapitalanlage). Der AUZ ist ein unternehmensindividueller Höchstrechnungszins.
- ▶ Im Rahmen einer Beitragsanpassung kann der Rechnungszins verändert werden.
- ▶ Wenn der Rechnungszins gesenkt wird,
 - ▶ dann steigen die Prämien und der Sicherheitszuschlag,
 - ▶ in der Folge auch das Kapitalanlageergebnis und das Ergebnis aus dem Sicherheitszuschlag.
- ▶ **Asymmetrischer Einfluss auf den Ertrag der Aktionäre.**

¹ AUZ Aktuarieller Unternehmenszins

Überschussverteilung

- ▶ Überschüsse im Modell resultieren aus

- ▶ der Kapitalanlage,
- ▶ der Schadenentwicklung,
- ▶ dem Stornoverhalten und
- ▶ dem Sicherheitszuschlag

und werden am Ende des Geschäftsjahres zusammengefasst.

- ▶ Überschuss positiv: Aktionäre erhalten maximal 20 %.
- ▶ Überschuss negativ: Bis zu 100 % geht zu Lasten der Aktionäre.

Überschussverteilung

- ▶ Überschüsse im Modell resultieren aus

- ▶ der Kapitalanlage,
- ▶ der Schadenentwicklung,
- ▶ dem Stornoverhalten und
- ▶ dem Sicherheitszuschlag

und werden am Ende des Geschäftsjahres zusammengefasst.

- ▶ Überschuss positiv: Aktionäre erhalten maximal 20 %.
- ▶ Überschuss negativ: Bis zu 100 % geht zu Lasten der Aktionäre.
- ▶ **Asymmetrischer Einfluss auf den Ertrag der Aktionäre.**

Überschussverteilung

Am Ende von Periode k lässt sich der Überschuss S_k nach seiner Entstehung zerlegen:

$$S_k = S_k^{\text{Überzins}} + S_k^{\text{Schaden}} + S_k^{\text{Storno}} + S_k^{\text{Sicherheitszuschlag}}.$$

Der Überschuss wird verteilt mit $\pi \leq 0,2$:²

- Aktionäre

$$\min \{ \pi S_k, S_k \}$$

- Versicherungsnehmer

$$\max \{ (1 - \pi) S_k, 0 \}$$

²Vereinfachte Darstellung. In diesem Vortrag wird vernachlässigt, dass Versicherungsnehmer mit mindestens 90 % am Überzinsergebnis beteiligt werden müssen.

Analyse des Zahlungsstroms

Der Zahlungsstrom zu Beginn des folgenden Geschäftsjahres ist:

$$Y_{k+1} = \min \{ \pi S_k, S_k \} + \text{Anpassung Solvenzkapital}$$

Analyse des Zahlungsstroms

Der Zahlungsstrom zu Beginn des folgenden Geschäftsjahres ist:

$$Y_{k+1} = \min \{ \pi S_k, S_k \} + \text{Anpassung Solvenzkapital}$$

Wenn $S_k \geq 0$, dann ist

$$Y_{k+1} \approx \pi S_k^{\text{Überzins}} + \pi S_k^{\text{Schaden}} + \pi S_k^{\text{Storno}} + \pi S_k^{\text{Sicherheitszuschlag}}$$

Agenda

Bewertungsmodell

Stochastische Umwelt

Versicherungsunternehmen

Bewertung

Ergebnisse

Bewertung

Im Fokus der Analyse stehen Zahlungsströme zwischen Aktionären und Versicherungsunternehmen:

$$\widetilde{\text{PVFP}} := \sum_{k=0}^T B_k Y_k$$

B_k Diskontierungsfaktor, Y_k Zahlungsstrom zu Beginn von Periode k .
 $\widetilde{\text{PVFP}}$ ist eine Zufallsvariable.

Bewertung – Present Value of Future Profits

Betrachte den Present Value of Future Profits von ...

Bewertung – Present Value of Future Profits

Betrachte den Present Value of Future Profits von ...

- Certainty Equivalent Szenario (Best Estimate der Risikofaktoren):

$$\text{PVFP} := \sum_{k=0}^T B_k^* Y_k^*,$$

Bewertung – Present Value of Future Profits

Betrachte den Present Value of Future Profits von ...

- Certainty Equivalent Szenario (Best Estimate der Risikofaktoren):

$$\text{PVFP} := \sum_{k=0}^T B_k^* Y_k^*,$$

- Monte Carlo Simulation (J Realisierungen der Risikofaktoren):

$$\text{PVFP}^{\text{MC}} := \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \sum_{k=0}^T B_k^j Y_k^j \approx \mathbb{E}^Q \left(\widetilde{\text{PVFP}} \right).$$

Bewertung – Finanzielles Risiko

Time Value of Financial Options and Guarantees:

$$\text{TVFOG} := \text{PVFP} - \text{PVFP}^{\text{MC}}.$$

Der Zeitwert misst die Abweichung zwischen Bewertung mittels eines Certainty Equivalent Szenario und stochastischer Bewertung.

Bewertung – Analyse der Haupteinflussgrößen

Zusammensetzung des PVFP:

$$\text{PVFP} \approx \text{PVFP}^{\text{Überzins}} + \text{PVFP}^{\text{Schaden}} + \text{PVFP}^{\text{Storno}} \\ + \text{PVFP}^{\text{Sicherheitszuschlag}}$$

- ▶ Analoge Zerlegung zur Zerlegung von Y_k .
- ▶ Zerlegung ebenfalls für PVFP^{MC} und TVFOG möglich.

Agenda

Bewertungsmodell

Stochastische Umwelt

Versicherungsunternehmen

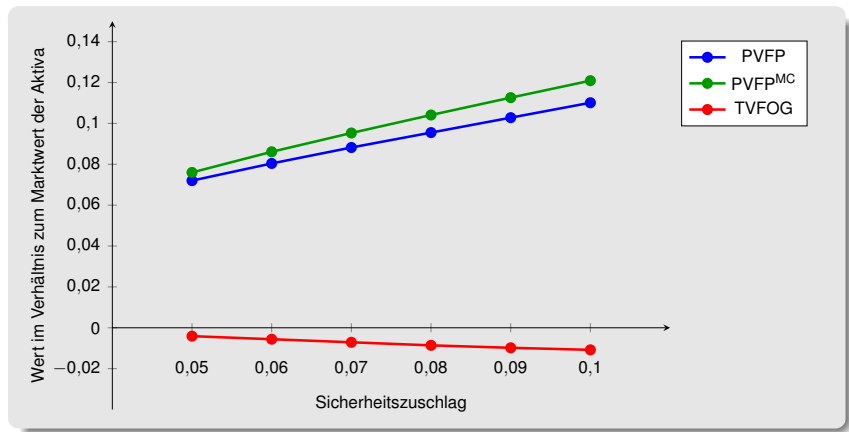
Bewertung

Ergebnisse

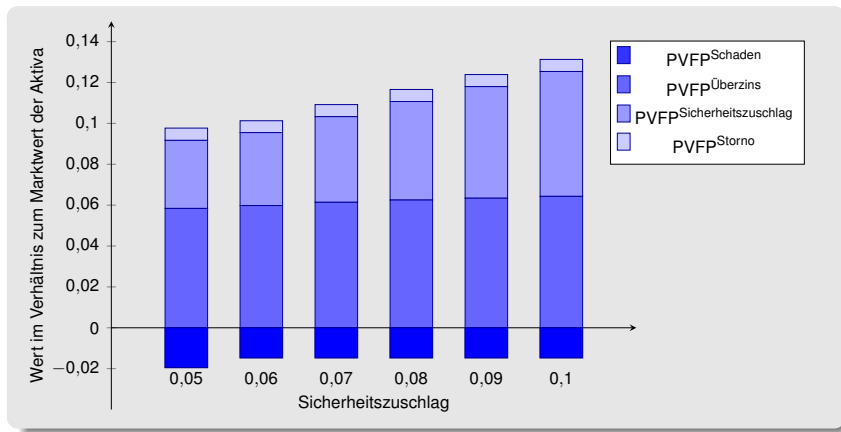
Startwerte und Parameter

- ▶ Kapitalmarkt (Werte aus Jarrow and Yildirim (2003))
 - ▶ Nominal: $a_n = 0,03398$, $\sigma_n = 0,00566$, $n_0 = 0,04$
 - ▶ Real: $a_r = 0,04339$, $\sigma_r = 0,00299$, $r_0 = 0,01$
 - ▶ Inflation: $\sigma_i = 0,00874$, $l_0 = 100$
 - ▶ Abhängigkeiten: $\rho_{n,r} = 0,01482$, $\rho_{r,i} = -0,32127$, $\rho_{n,i} = 0,06084$
- ▶ Vertragseigenschaften
 - ▶ 5.000 Verträge
 - ▶ Alter 40, im Bestand seit 10 Jahren
 - ▶ Prämie: 1.764 € und Kopfschaden: 1.197 €
- ▶ Verbindlichkeiten zu Beginn der Projektion $k = 0$:
 - ▶ Alterungsrückstellungen: 60.964.712 €
 - ▶ RfB: 5.000.000 €
 - ▶ Eigenkapital: 750.000 €

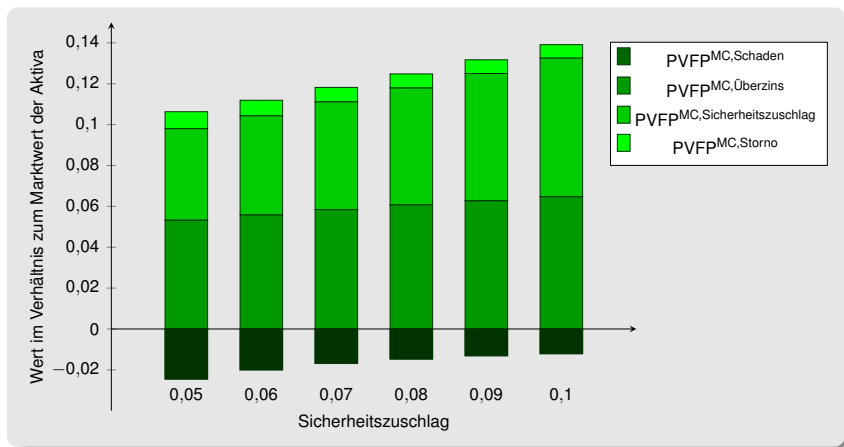
Ergebnisse



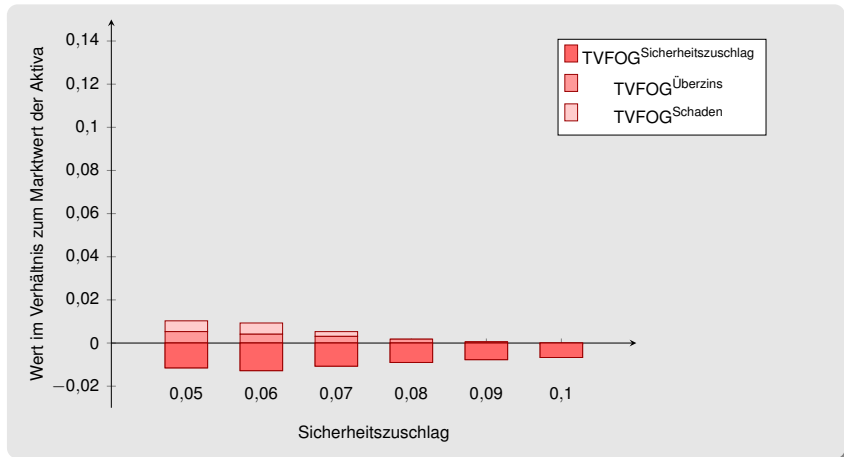
Ergebnisse – Zusammensetzung PVFP



Ergebnisse – Zusammensetzung PVFP^{MC}



Ergebnisse – Zusammensetzung TVFOG



Fazit

- ▶ Überschüsse aus dem Überzinsergebnis und dem Sicherheitszuschlag sind die Haupteinflussfaktoren in Bezug auf den PVFP.

In dieser Modellrechnung gilt für den TVFOG:

- ▶ Die Asymmetrie bezüglich der **Überschussbeteiligung** und des **Rechnungszinses** hat einen kleinen Einfluss auf zukünftige Erträge der Aktionäre ...
- ▶ Der **Sicherheitszuschlag** führt zu einer Wertsteigerung der zukünftigen Erträge der Aktionäre ...

wenn wir die Ergebnisse der Monte Carlo Simulation mit dem Ergebnis einer Certainty Equivalent-Rechnung vergleichen.

Vielen Dank für die Aufmerksamkeit.

Jan-Philipp Schmidt

University of Ulm

Institute of Insurance Science

Helmholtzstraße 18

89081 Ulm

Germany

E-Mail: jan-philipp.schmidt@uni-ulm.de

Literatur

- A. Bacinello. Pricing Guaranteed Life Insurance Participating Policies with Annual Premiums and Surrender Option. *North American Actuarial Journal*, 7(3):1–17, 2003.
- T. Baur. *Marktkonsistente Bewertung in der Lebensversicherung*. ifa Verlag Ulm, 2009.
- G. Castellani, M. D. Felice, F. Moriconi, and C. Pacati. Embedded Value in Life Insurance, 2005.
- CFO Forum. Market Consistent Embedded Value Principles.
http://www.cfoforum.eu/downloads/MCEV_Principles_and_Guidance_October_2009.pdf, 2009.
- T. Gerstner, M. Griebel, M. Holtz, R. Goschnick, and M. Haep. A general asset-liability management model for the efficient simulation of portfolios of life insurance policies. *Insurance: Mathematics and Economics*, 42(2): 704–716, 2008.
- R. Jarrow and Y. Yildirim. Pricing Treasury Inflation Protected Securities and Related Derivatives using an HJM Model. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 38(2):337–358, 2003.
- A. Kling, A. Richter, and J. Ruß. The interaction of guarantees, surplus distribution, and asset allocation in with-profit life insurance policies. *Insurance: Mathematics and Economics*, 40(1):164–178, 2007.
- T. Sheldon and A. Smith. Market Consistent Valuation of Life Assurance Business. *British Actuarial Journal*, 10(3): 543–605, 2004.
- M. Wüthrich, H. Furrer, and H. Bühlmann. *Market-Consistent Actuarial Valuation*. Springer, 2010.