ulm university universität ulm

Universität Ulm | 89069 Ulm | Germany

Fakultät für Mathematik und Wirtschaftswissenschaften

Prof. Dr. Werner Smolny
Institut für Wirtschaftspolitik

Ludwig-Erhard-Stiftungsprofessur
Institutsdirektor

Sommersemester 2016

Empirische Wirtschaftsforschung

Die Schätzung einer Produktionsfunktion

Lernziel: Was ist Multikollinearität?

Der theoretische Rahmen

Eine Produktionsfunktion vom Typ Cobb/Douglas:

$$Y = A \cdot K^{\alpha} \cdot L^{\beta}$$

Y : *Produktionspotential*
L : *Zahl der Erwerbstätigen*
K : *Kapitalbestand*
A : *Skalierungsparameter, totale Faktorproduktivität*

α : *Produktionselastizität des Kapitals*
β : *Produktionselastizität der Arbeit*
$\alpha + \beta$: *Skalenelastizität*

Helmholtzstr. 20, Raum E 05
Tel. 0731 50-24260, Fax -24262

http://www.uni-ulm.de/mawi/wirtschaftspolitik
Werner.Smolny@uni-ulm.de

Die Daten

Daten der vierteljährlichen volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung der Bundesrepublik Deutschland, 1960.1 1989.4 (Westdeutschland), real, d.h. zu Preisen von 1980, Abgrenzung für die Gesamtwirtschaft ohne Staat

Daten im *work file* W90.wf1

YT : *Bruttoinlandprodukt abz. Wertschöpfung des Staates*

LT : *Zahl der Erwerbstätigen ohne Beschäftigte beim Staat*

K : *Kapitalbestand, Unternehmen ohne Wohnungsvermietung*

Schätzung in Logarithmen

$$\ln YT_t = \ln A + \alpha \cdot \ln K_t + \beta \cdot \ln LT_t + \varepsilon_t$$

Ergebnis?

Weitere erklärende Variablen

@SEAS(i) Saisondummy, 1 im i-ten Quartal
$\rightarrow$ *das Wetter als Produktionsfaktor*

T *Trend,* $T_{1960:1} = 1$*, ansteigend um 1 in jedem Quartal*
Begründung: $A_t = \overline{A} \cdot \exp(\gamma \cdot t)$
Konstanter (exogener) technischer Fortschritt,
die Rate des technischen Fortschritts beträgt γ

H *Zahl der geleisteten Arbeitsstunden pro Erwerbstätigen*
Begründung: Man schafft weniger, wenn man weniger arbeitet

Q *Auslastungsgrad des Kapitalbestands*
Begründung:
1. Produktion = Produktionspotential · Auslastungsgrad;
2. Nur das eingesetzte Kapital trägt zur Produktion bei
$\rightarrow$ *eingesetztes Kapital = Gesamtkapital · Auslastungsgrad*

T^2 *Trendquadrat,* $T^2 = 1, 4, 9, \ldots$
Begründung: Abnehmender technischer Fortschritt

Ergebnis(se): Es sieht schon ökonomisch plausibler aus.

Weitere Möglichkeiten der empirischen Analyse

Test auf konstante Skalenerträge ($\alpha + \beta = 1$),
Gleichheit bestimmter Koeffizienten (L und H, K und Q, coeff(ln Q)=1)

Schätzung in Differenzen
Begründung:
1. Kurzfristige Produktionselastizitäten;
2. Fehlende Variablen werden "herausdifferenziert"
Ergebnis?

Schätzung einer allgemeineren funktionalen Form:
CES Produktionsfunktion, Trans-Log Produktionsfunktion
*Beispiel: ln K * ln LT ökonomische Interpretation?*

Weitere mögliche Variablen aus der neoklassischen Theorie
und der Theorie endogenen Wachstums:

Humankapital (Ausbildung), F&E Investitionen und Innovationen,
Außenhandelsverflechtung und Produktivität der 'best practice'-Technologie
(externe Effekte bzw. Spillovers) . . .

Beschränkung durch die Zahl der Freiheitsgrade der Gleichung
Lösung: Möglicherweise sektorale Daten oder Mikrodaten von Unternehmen

Schätzung einer Cobb/Douglas Produktionsfunktion

- *Arbeit und Kapital als Produktionsfaktoren*
- *konstanter technischer Fortschritt*
  $A = \overline{A} \cdot \exp(\gamma \cdot t), \frac{\partial \ln A}{\partial t} = \gamma$
- *Saisoneinflüsse auf die Produktionsfunktion*

```
============================================================
LS // Dependent Variable is log(YT)
Sample: 1960:1 1989:4
Included observations: 120
============================================================
     Variable     Coefficient Std. ErrorT-Statistic  Prob.
============================================================
        C          -3.955084   0.647823  -6.105190   0.0000
     SEAS(1)       -0.075698   0.007215  -10.49119   0.0000
     SEAS(2)       -0.046199   0.006933  -6.663421   0.0000
     SEAS(3)       -0.000624   0.006888  -0.090559   0.9280
     log(LT)        0.823353   0.136715   6.022390   0.0000
     log(K)         0.920707   0.046378   19.85215   0.0000
        T          -0.002044   0.000465  -4.398415   0.0000
============================================================
R-squared             0.989932    Mean dependent var 5.589478
Adjusted R-squared    0.989397    S.D. dependent var 0.259055
S.E. of regression    0.026675    Akaike info criter-7.191502
Sum squared resid     0.080405    Schwartz criterion-7.028898
Log likelihood        268.2175    F-statistic        1851.741
Durbin-Watson stat    1.072566    Prob(F-statistic)  0.000000
============================================================
```

Interpretation des Schätzergebnisses:

- *Produktionselastizität des Kapitals: 0.921 (19.9)*
- *Produktionselastizität der Arbeit: 0.823* $\pm 2 \cdot 0.14$
- *95 Prozent Konfidenzbereich:* $\hat{\beta} \pm 2 \cdot \hat{\sigma}_\beta$
- *Skalenelastizität: 0.921+0.823, ökonomisch sinnvoll?*
- *Konstante: Skalierungsparameter, totale Faktorproduktivität.*
  - *im 1. Quartal:* $-3.955084 - 0.075698 + \gamma \cdot t$
  - *im 2. Quartal:* $-3.955084 - 0.046199 + \gamma \cdot t$
  - *im 3. Quartal:* $-3.955084 - 0.000624 + \gamma \cdot t$
  - *im 4. Quartal:* $-3.955084 + \gamma \cdot t$
- *Technischer Fortschritt: –0.2 Prozent pro Quartal, ökonomisch sinnvoll?*

Erweiterte Schätzung der Produktionsfunktion

– *Arbeitszeit als Produktionsfaktor*

– *Kapitaleinsatz bereinigt um Auslastungsschwankungen*

– *technischer Fortschritt als Trend*

$A = \overline{A} \cdot \exp(\gamma \cdot t + \gamma_2 \cdot t^2), \frac{\partial \ln A}{\partial t} = \gamma + 2 \cdot \gamma_2 \cdot t$

```
============================================================
LS // Dependent Variable is LYT
Sample: 1960:1 1989:4
Included observations: 120
============================================================
     Variable     Coefficient Std. ErrorT-Statistic  Prob.
============================================================
        C           -4.525458   0.726587  -6.228375   0.0000
      SEAS(1)       -0.069597   0.005229  -13.30894   0.0000
      SEAS(2)       -0.035368   0.005449  -6.491212   0.0000
      SEAS(3)        0.017540   0.005457   3.214035   0.0017
  log(LT)+log(H)     0.618268   0.099434   6.217867   0.0000
  log(K)+log(Q)      0.320979   0.050292   6.382301   0.0000
        T            0.011083   0.001152   9.624822   0.0000
        T^2         -4.15E-05   3.57E-06  -11.62725   0.0000
============================================================
R-squared            0.994971    Mean dependent var 5.589478
Adjusted R-squared   0.994657    S.D. dependent var 0.259055
S.E. of regression   0.018936    Akaike info criter-7.869033
Sum squared resid    0.040160    Schwartz criterion-7.683200
Log likelihood       309.8694    F-statistic        3165.661
Durbin-Watson stat   1.195576    Prob(F-statistic)  0.000000
============================================================
```

Interpretation des Schätzergebnisses:

– *Skalenelastizität: 0.618+0.321*

– *Technischer Fortschritt:* $1.1 - 2 \cdot -0.00415 \cdot t$ *Prozent im Quartal.*