



Makroökonomik

Übung 6 - Solow-Modell

6.1 Einführung

Grundbegriffe, Länderbetrachtung

6.2 Das einfache Solow-Modell

*Cobb-Douglas-Produktionsfunktion, Nachfrageseite,
pro-Kopf-Kapitalstock, Gleichgewichtseinkommen*

6.3 Das Solow-Modell mit Bevölkerungswachstum und ohne technologischen Fortschritt

6.4 Das Solow-Modell mit Bevölkerungswachstum und mit technologischem Fortschritt

Literatur

Mankiw, N.G., Makroökonomik, Schäffer-Poeschel Verlag Stuttgart,

5. Auflage 2003, Kapitel 7 und 8.1,

4. Auflage 2000, Kapitel 4 und 5.1.

6.1 Einführung

Grundbegriffe

- Wirtschaftswachstum bezeichnet die langfristige Vermehrung der realen produktiven Leistungen oder Leistungskapazitäten einer Volkswirtschaft.
 - Indikator des Wirtschaftswachstums ist das BIP.
Wirtschaftliches Wachstum bedeutet somit eine Steigerung der gesamtwirtschaftlichen Produktion bzw. des gesamtwirtschaftlichen Einkommens.
 - Pro-Kopf-Größen
- Wirtschaftliche Entwicklung umfasst neben rein ökonomischen auch soziale, institutionelle, politische und kulturelle Aspekte, die als Vorbedingung oder Konsequenz des Wirtschaftswachstums auftreten.
- Erhöhung der Wohlfahrt einer Volkswirtschaft
 - Einkommensverteilung
 - Reparaturleistungen, Eigenleistungen...
 - Human Development Index

Länderbetrachtung

- Die durchschnittliche Wachstumsrate des BIP von 1960-1990 beträgt
 - bei Betrachtung von 114 Ländern 1,8 Prozent
 - für die Industrieländer etwa 3 Prozent
(Verdopplung der Einkommen alle 25 Jahre)
 - für Subsahara-Afrika 0,8 Prozent
(Einkommen steigt um ca. 20 Prozent alle 25 Jahre)
 - 17 Länder weisen negative Wachstumsraten auf
(Irak: -2,1, Tschad, Madagaskar, Mosambik, Somalia...)
 - andere haben Wachstumsraten von über 6 Prozent
(Südkorea, Singapur, Hongkong, Taiwan)
- Warum unterscheidet sich der Lebensstandard in verschiedenen Ländern?
Um diese Frage beantworten zu können, muss man verstehen, warum Länder unterschiedliche Wachstumsraten haben.

6.2 Das Solow-Modell ohne Bevölkerungswachstum

und ohne technologischen Fortschritt

Die Cobb-Douglas-Produktionsfunktion

- Cobb-Douglas-Produktionsfunktion:

$$YP = A \cdot K^\alpha \cdot L^{1-\alpha}$$

YP : Produktionspotential

$Y = YP$: Produktion (langfristige Betrachtung)

A : Technologie

K, L : Produktionsfaktoren Kapital und Arbeit

$\alpha, 1 - \alpha$: Produktionselastizitäten, wobei $\alpha < 1$

α bzw. $1 - \alpha$ ist der Quotient von relativer Veränderung der Outputmenge Y und relativer Veränderung der Inputfaktoren.

Steigt das eingesetzte Kapital (zusätzliche Maschinen) um 1 Prozent, dann steigt der Output um α Prozent.

Eigenschaften der Cobb-Douglas-Funktion

- Konstante Skalenerträge, d.h. werden Kapital und Arbeit jeweils um z Prozent erhöht, steigt YP ebenfalls um z Prozent

$$\begin{array}{ll} A = 1, & K = 10000, \\ \alpha = \frac{1}{3}, & L = 1000, \end{array}$$

Verdopplung des Produktionsfaktoreinsatzes:

- Abnehmende Grenzerträge der Arbeit und
- abnehmende Grenzerträge des Kapitals.

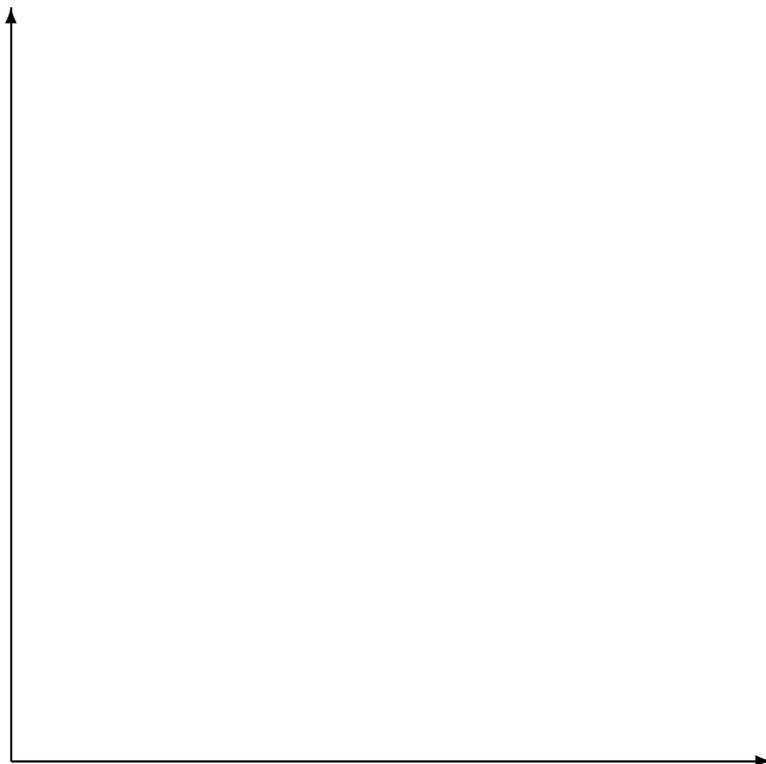
⇒ Bei einem kleinen Kapitalstock führt eine zusätzliche Einheit Kapital zu einer relativ hohen Steigerung von Y .

Ist der Kapitalstock groß, ist der Effekt auf Y geringer.

Abnehmende Grenzerträge des Kapitals

$A = 1,$ $\bar{L} = 1000,$ $\alpha = \frac{1}{3}$ $Y = 100 \cdot K^{1/3}$

K	ΔK	Y	ΔY
100			
200	100		
1.000			
1.100	100		
10.000			
10.100	100		

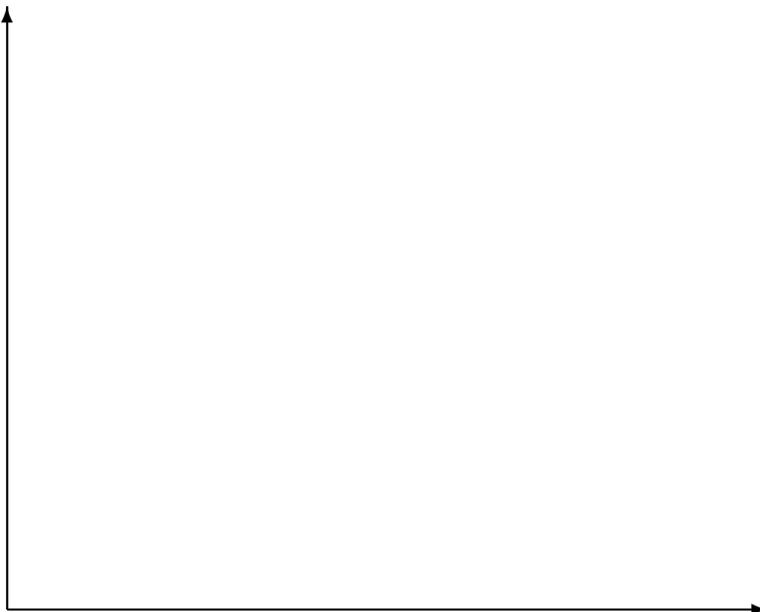


Grundbegriffe

- Arbeitsproduktivität:
- Kapitalproduktivität:
- Kapitalintensität
- Grenzprodukt der Arbeit:
- Grenzprodukt des Kapitals:

Pro-Kopf-Größen

-
-



Die Nachfrageseite

- Das Einkommen verwenden die Haushalte in einer geschlossenen Volkswirtschaft für Konsum C und Sparen $S = s \cdot Y$:
- Die Gleichung für das pro-Kopf-Einkommen $y = Y/L$ lautet:
- In einer geschlossenen Volkswirtschaft entsprechen die pro-Kopf-Investitionen i den pro-Kopf-Ersparnissen $s \cdot y$.
Somit gilt:

Der pro-Kopf-Kapitalstock

- Der Kapitalstock steigt durch Investitionen.
- Der Kapitalstock verringert sich durch Abschreibungen
 $d = \delta \cdot k$.
- Änderung des Kapitalstocks $\Delta k_{t+1} = k_{t+1} - k_t$:

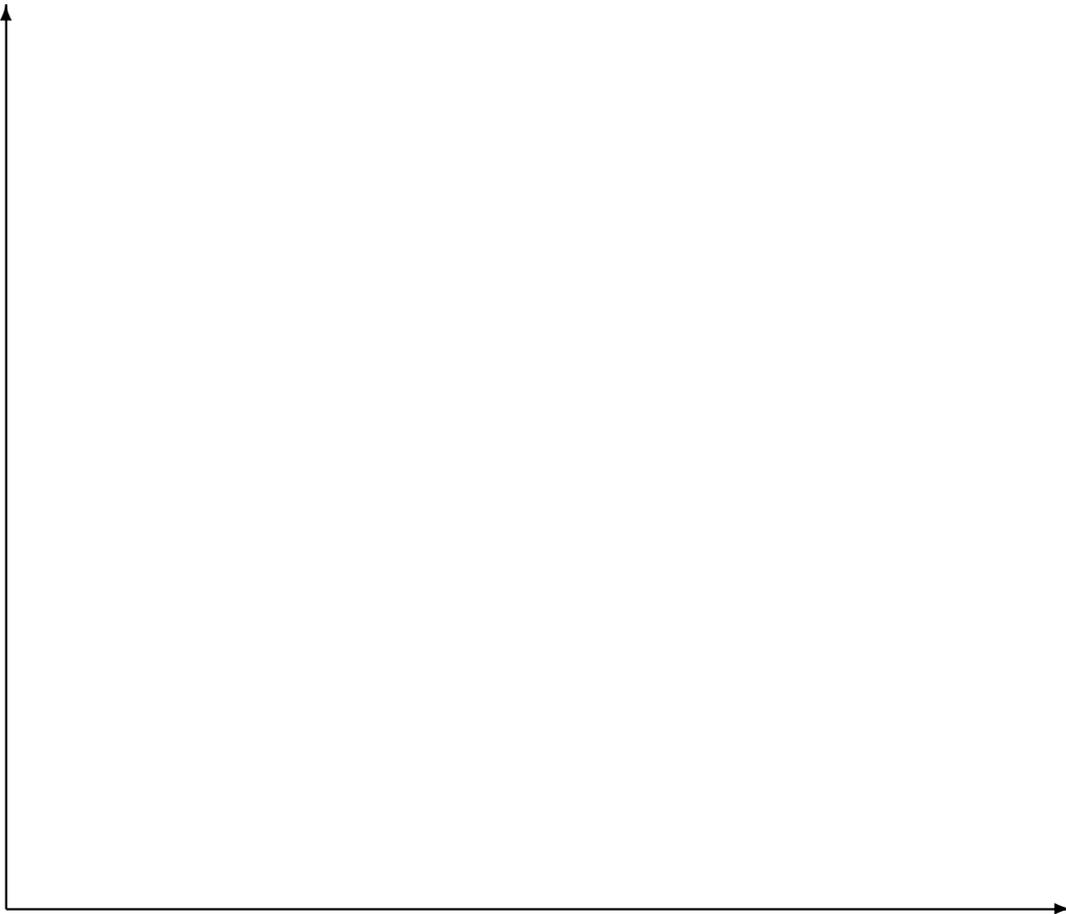
⇒ Der Kapitalstock

–

–

–

Das Gleichgewicht: Steady State



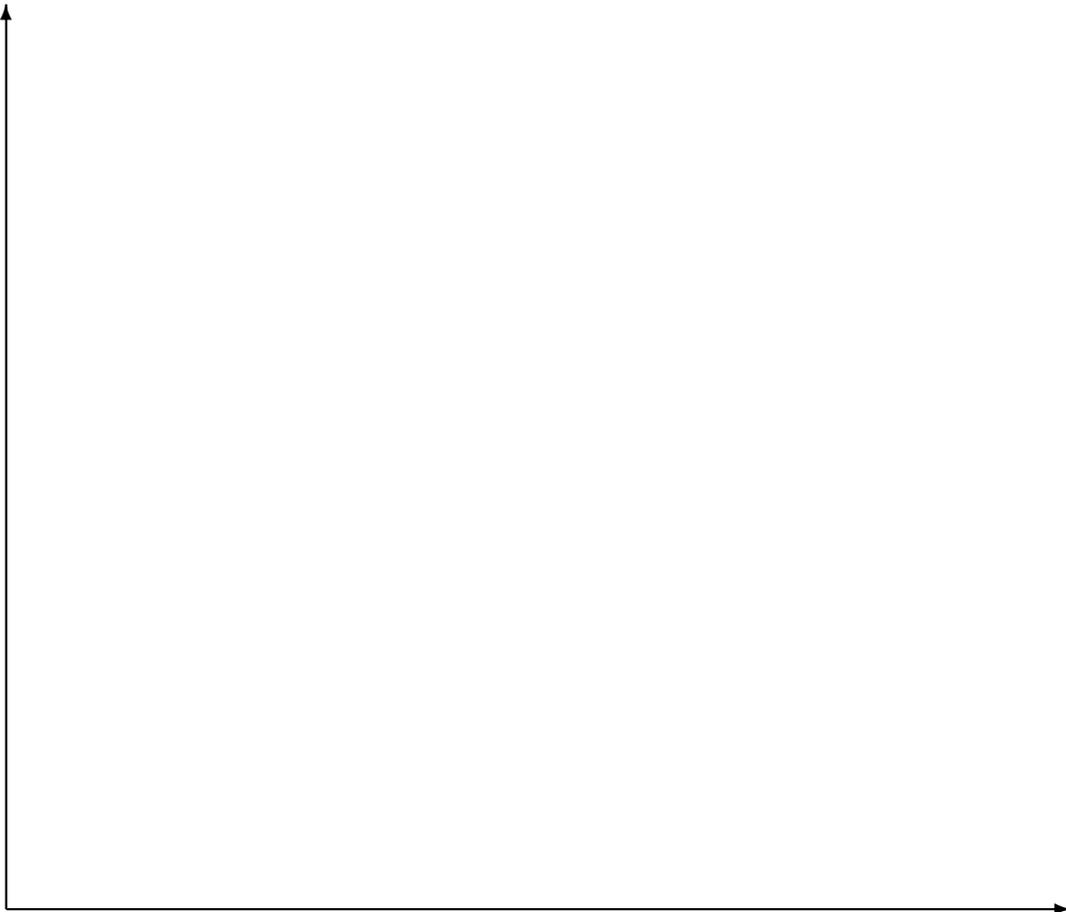
Unabhängig davon, welchen Kapitalstock eine Volkswirtschaft in einem Zeitpunkt t_0 hat, wird es einen Prozess zum langfristigen Steady State k^* geben.

-

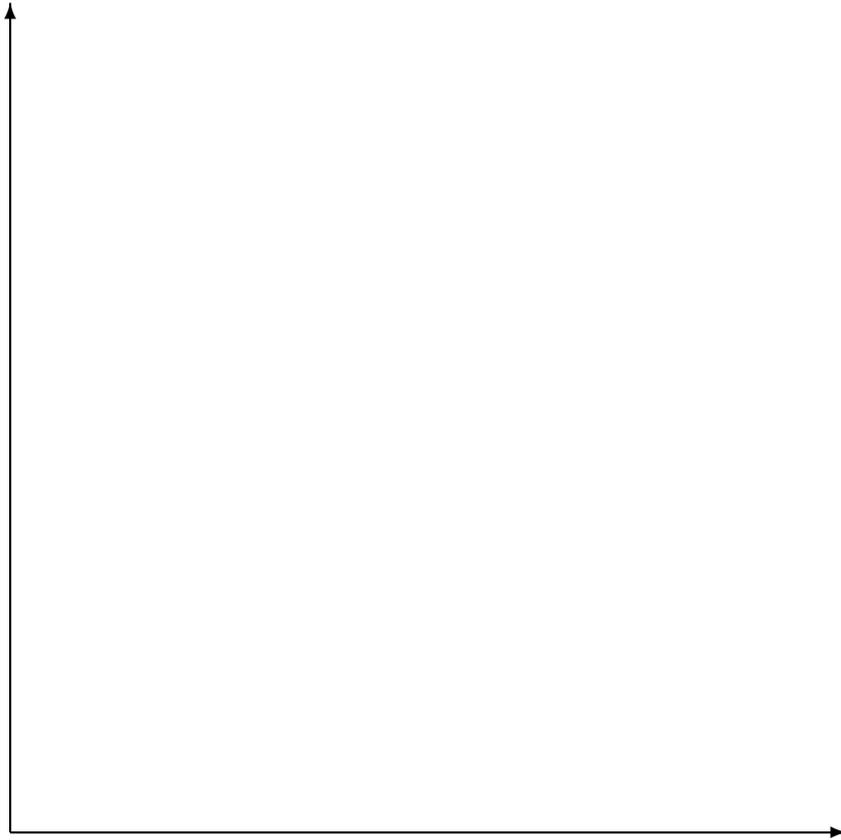
-

Das Gleichgewichtseinkommen

Das Gleichgewicht: $y^* = A \cdot (k^*)^\alpha$



- Der Steady State bestimmt das Einkommen einer Volkswirtschaft.
- Das Solow-Modell erklärt Wachstum bis zum Erreichen des Steady State.
- Länder, die über einen geringen Kapitalstock verfügen und noch weit von ihrem Gleichgewicht entfernt sind, weisen hohe Wachstumsraten auf ("Wirtschaftswunder" nach dem 2. Weltkrieg).



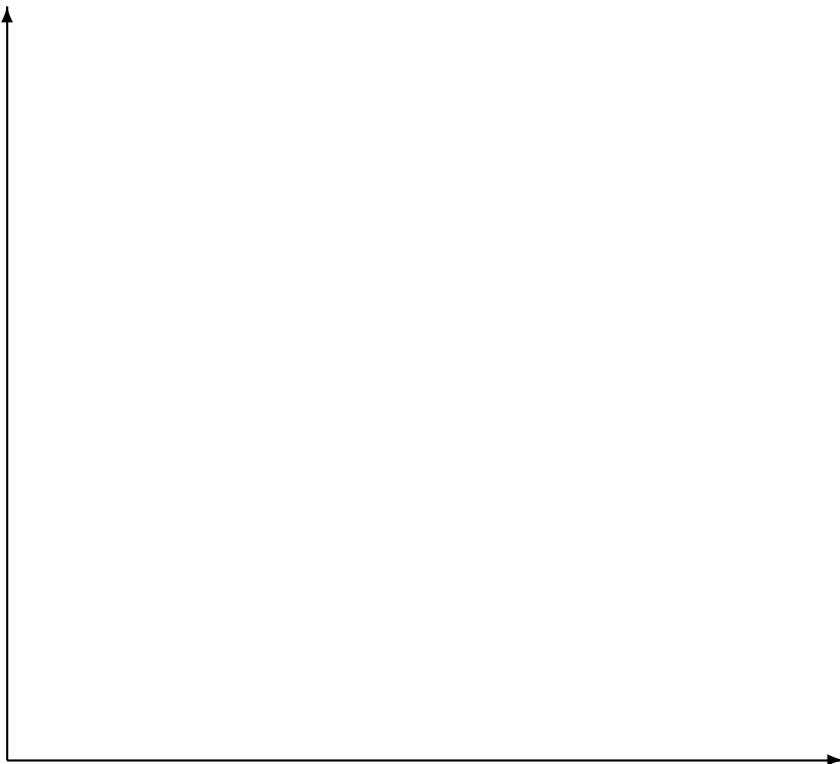
- Es besteht ein positiver Zusammenhang zwischen BIP und Investitionsquote.
- Eine Volkswirtschaft, die den Steady State erreicht hat, wächst im einfachen Solow-Modell nur noch bei einer Änderung von Sparquote oder Abschreibungsrate.



6.3 Das Solow-Modell mit Bevölkerungswachstum

und ohne technologischen Fortschritt

- Bisherige Annahme des Bevölkerungswachstums von $n = 0$ wird aufgehoben.
- Eine positive Wachstumsrate der Bevölkerung n führt dazu, dass der Kapitalstock K auf mehr Personen $L(1 + n)$ verteilt werden muss: Soll der pro-Kopf-Kapitalstock k gleich bleiben, muss er auch um n wachsen.
- Die Änderung des Kapitalstocks:



- Länder mit hohem Bevölkerungswachstum haben bei sonst gleichen Voraussetzungen einen geringeren Lebensstandard.
- Es besteht ein negativer Zusammenhang zwischen pro-Kopf-Output und Bevölkerungswachstum.
- Der Gesamtoutput steigt mit der Bevölkerung.



6.4 Das Solow-Modell mit Bevölkerungswachstum

und mit technologischem Fortschritt

- Die Arbeitseffizienz E spiegelt das Wissen einer Gesellschaft bezüglich Produktionsmethoden wider.
- Fortschritte der verfügbaren Technologie schlagen sich in einer Zunahme der Arbeitseffizienz nieder.
- Die Produktionsfunktion: $Y(K, L \cdot E)$
- Annahme: Zuwachs der Arbeitseffizienz E mit einer konstanten Rate g .
- Da das Arbeitsvolumen L mit der Rate n und die Effizienz E mit der Rate g steigt, erhöht sich das in Effizienzeinheiten gemessene Arbeitsvolumen $L \cdot E$ mit einer Rate von $n + g$.
- Der Kapitalstock pro Effizienzeinheit: $k_E = K/(L \cdot E)$
- Die Produktion pro Effizienzeinheit: $y_E = Y/(L \cdot E)$
- Änderung des Kapitalstocks: $\frac{\Delta K}{K} \stackrel{!}{=} \frac{\Delta L \cdot E}{L \cdot E} = n + g$
- Steady State-Bedingung: $i_E = (\delta + n + g)k_E$
- Wachstumsrate des pro-Kopf-Einkommens $y = Y/L$ ist g .
- Wachstumsrate des Einkommens Y ist $g + n$.

⇒ Dauerhaftes pro-Kopf-Wachstum kann das Solow-Modell mit technologischem Fortschritt erklären!