ulm university universität ulm

Universität Ulm | 89069 Ulm | Germany

Fakultät für Mathematik und Wirtschaftswissenschaften

Dipl.-WiWi Christian Peukert
Institut für Wirtschaftspolitik

Ludwig-Erhard-Stiftungsprofessur

Wintersemester 2010/11

Übung 8

Erweiterungen des Solow-Modells

1 Wiederholung des Solow-Modells

2 Bevölkerungswachstum

3 Technischer Fortschritt

4 Zusammenfassung

Literatur

Mankiw, N.G., Makroökonomik, Auflage 5. Stuttgart, Schäffer-Poeschel, 2003, Kapitel 7 und Kapitel 8 (bis 8.4).

Barro, R.J., Sala-i-Matin, X., Wirtschaftswachstum, München, Oldenbourg, 1998, Einführung + Kapitel 1.

Helmholtzstr. 20, Raum E 02
Tel. 0731 50-24265, Fax -24262

http://www.uni-ulm.de/wipo
Christian.Peukert@uni-ulm.de

1 Wiederholung des Solow-Modells

- Cobb-Douglas-Produktionsfunktion $y = \frac{Y}{L} = A \cdot (\frac{K}{L})^\alpha = A \cdot k^\alpha$

  - A: Technologie
  - Y: Produktion
  - K, L: Produktionsfaktoren Kapital und Arbeit
  - $\alpha, 1 - \alpha$: Produktionselastizitäten, wobei $\alpha < 1$
  - $\frac{Y}{L}$: Arbeitsproduktivität
  - $\frac{K}{L}$: Kapitalintensität

- Die Nachfrageseite $y = c + s' \cdot y$

  - c: Konsum
  - s: Sparen $s = s' \cdot y$ mit der Sparquote s':

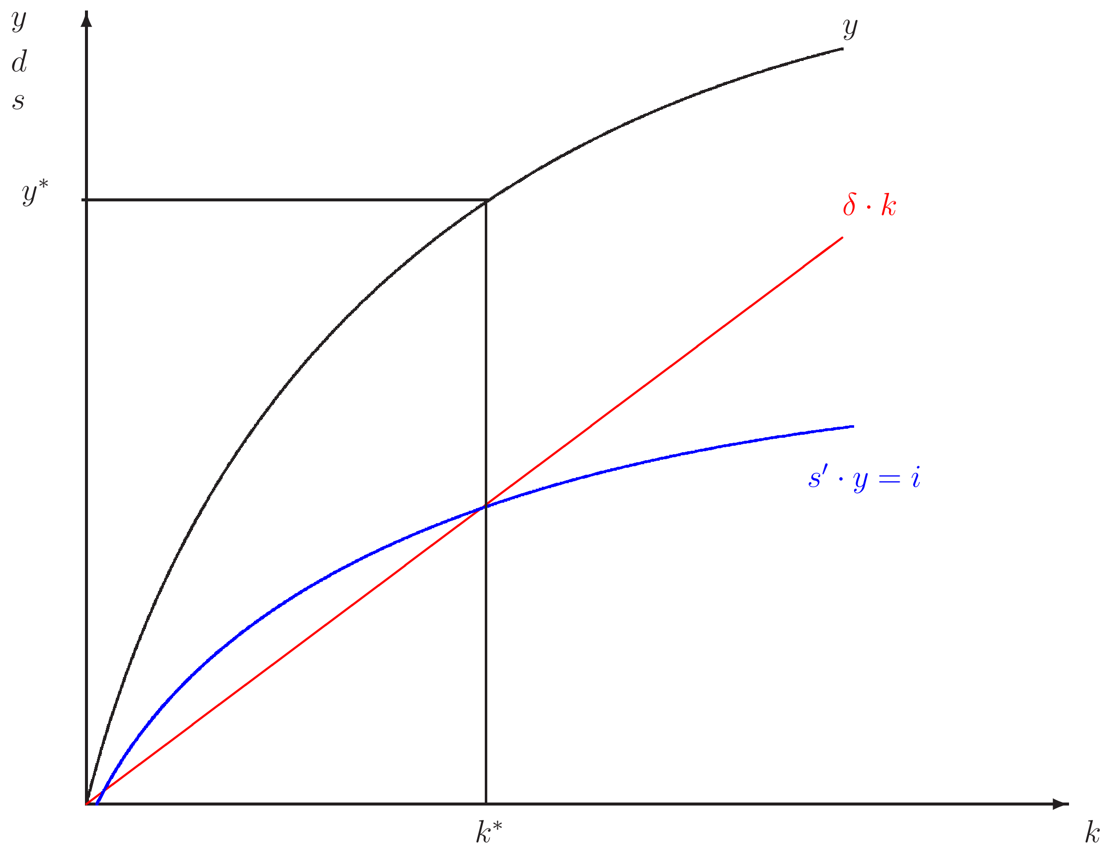
- Die Investitionen $i = s' \cdot y$

  - i: Pro-Kopf-Investitionen

- Änderung des Pro-Kopf-Kapitalstock $\Delta k_{t+1} = i_t - \delta \cdot k_t$

  - Der Kapitalstock steigt durch Investitionen i
  - Der Kapitalstock verringert sich durch Abschreibungen $d = \delta \cdot k$

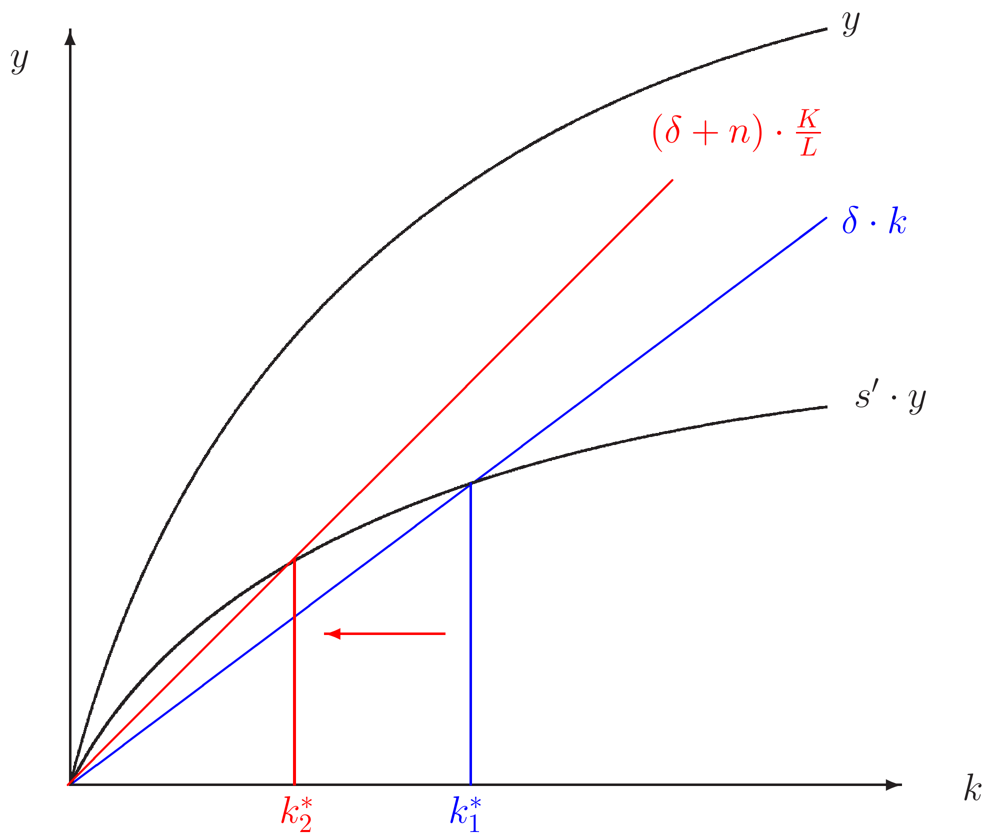
$$\boxed{\text{Das Gleichgewicht: } y^* = A \cdot (k^*)^\alpha}$$



2 Das Solow-Modell mit Bevölkerungswachstum

ohne technologischen Fortschritt

- Bisherige Annahme des Bevölkerungswachstums von $n = 0$ wird aufgehoben.
- Eine positive Wachstumsrate der Bevölkerung n führt dazu, dass der Kapitalstock K auf mehr Personen $L(1+n)$ verteilt werden muss:
  Soll der Pro-Kopf-Kapitalstock $k = K/L$ gleich bleiben, muss der Kapitalstock auch um n wachsen.
- Die Änderung des Kapitalstocks: $\Delta\frac{K}{L} = \frac{I}{L} - (\delta + n) \cdot \frac{K}{L}$ $\quad\Leftrightarrow \Delta k = i - (\delta + n) \cdot k$



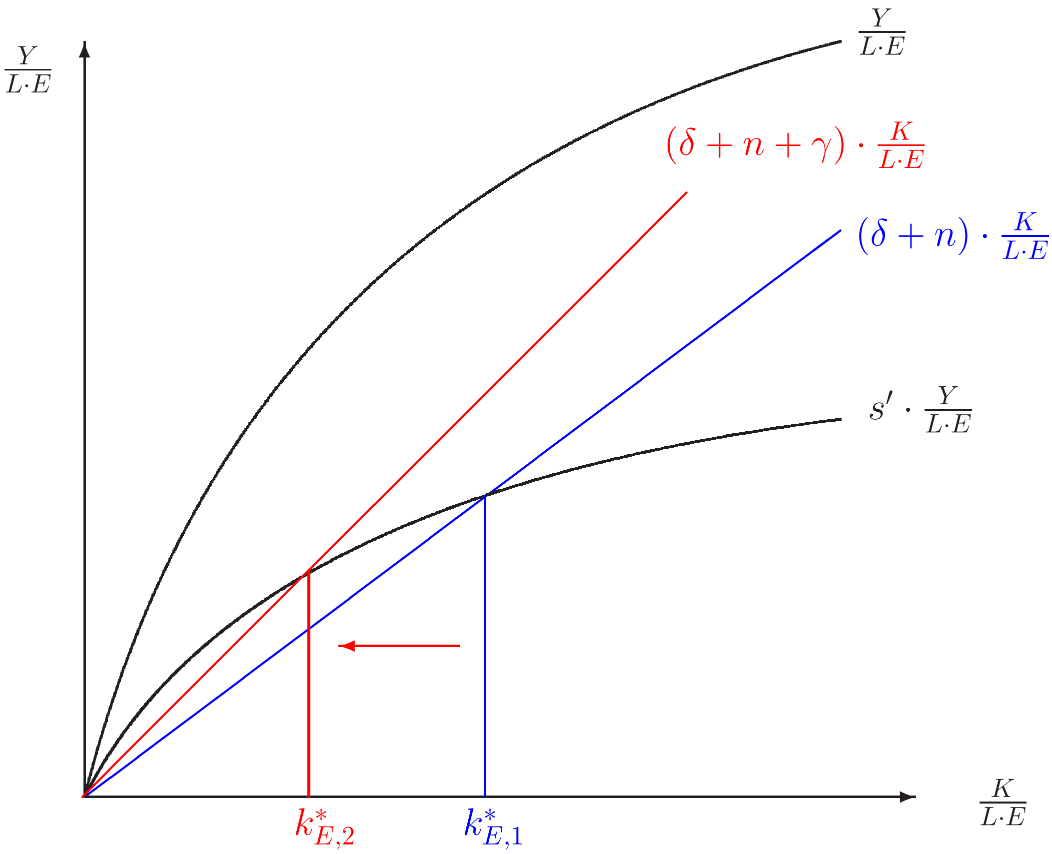
- Länder mit hohem Bevölkerungswachstum haben bei sonst gleichen Voraussetzungen einen geringeren Lebensstandard.
- Es besteht ein negativer Zusammenhang zwischen Pro-Kopf-Output und Bevökerungswachstum.
- Der Gesamtoutput steigt mit dem Bevölkerungswachstum Y(L,K).

$\Longrightarrow$Dauerhaftes pro-Kopf-Wachstum (y) kann das Solow-Modell nicht erklären!

$\Longrightarrow$Dauerhaftes Wachstum (des BIP=Y) kann das Solow-Modell erklären!

3 Das Solow-Modell mit Bevölkerungswachstum und mit technologischen Fortschritt

- Die Arbeitseffizienz E spiegelt das Wissen einer Gesellschaft bezüglich Produktionsmethoden wider.
- Fortschritte der verfügbaren Technologie schlagen sich in einer Zunahme der Arbeitseffizienz nieder (Bsp. PC im Büro).
- Die Produktionsfunktion: $Y(K, L \cdot E)$
- Annahme: Zuwachs der Arbeitseffizienz E mit einer konstanten Rate γ.
- Da das Arbeitsvolumen L mit der Rate n und die Effizienz E mit der Rate g steigt, erhöht sich das in Effizienzeinheiten gemessene Arbeitsvolumen $L \cdot E$ mit einer Rate von $n + \gamma$.
- Es wird zusätzliches Kapital benötigt, um die zusätzlichen Effizienzeinheiten mit Kapital auszustatten.
- Der Kapitalstock pro Effizienzeinheit: $k_E = K/(L \cdot E)$
  Soll der Pro-Effizienzeinheit-Kapitalstock $k_E = K/(L \cdot E)$ gleich bleiben, muss er auch um $n + \gamma$ wachsen.
- Änderung des Kapitalstocks: $\Delta k_E = i - (\delta + n + \gamma)k_E$
- Steady State Bedingung $\Delta k_E = 0 \Leftrightarrow i = (\delta + n + \gamma)k_E$
- Die Produktion pro Effizienzeinheit $y_E = Y/(L \cdot E)$ wächst im steady state nicht mehr.
- Die Wachstumsrate des Pro-Kopf-Einkommens $y = Y/L$ ist γ
- Die Wachstumsrate des Einkommens Y ist n+γ



$\Longrightarrow$Das Solow-Modell mit technologischem Fortschritt
kann dauerhaftes Pro-Kopf-Wachstum erklären!

4 Schlußbemerkung

Dauerhaftes Wachstum kann nicht mittels Kapitalakkumulation erklärt werden.

Dauerhaftes Wachstum kann nur durch technologischen Fortschritt erklärt werden. Dieser wächst im Solow-Modell mit der exogenen Variablen γ.

Technologische Neuerungen fallen also vom Himmel!?