ulm university universität uulm

Universität Ulm | 89069 Ulm | Germany

Fakultät für Mathematik und Wirtschaftswissenschaften

Tino Conrad, M.Sc.
Institut für Wirtschaftspolitik

Ludwig-Erhard-Stiftungsprofessur

Wintersemester 2016/17

Übung 7

Das Solow-Modell und optimales Wachstum

1 Das einfache Solow-Modell

Veränderungen des Kapitalstocks

2 Optimales Wachstum bei exogener Sparquote

Die Goldene Regel der Kapitalakkumulation

3 Optimales Wachstum bei endogener Sparquote

Das Ramsey-Modell

4 Schlussbemerkung

Frenkel, M., Hemmer, H.-R., Grundlagen der Wachstumstheorie, München, Vahlen, 1999, Kapitel 4.

Helmholtzstr. 20, Raum E 62
Tel. 0731 50-24265, Fax -24262

http://www.uni-ulm.de/wipo
Tino.Conrad@uni-ulm.de

1 Das einfache Solow-Modell

Das Solow-Modell wurde von Robert M. Solow in den 50er Jahren entwickelt; 1987 bekam er den Nobelpreis für seine Leistungen auf dem Gebiet der Wachstumstheorie.

1.1 Kurze Wiederholung: Die Cobb-Douglas-Produktionsfunktion

- Arbeitsproduktivität:

- Kapitalproduktivität:

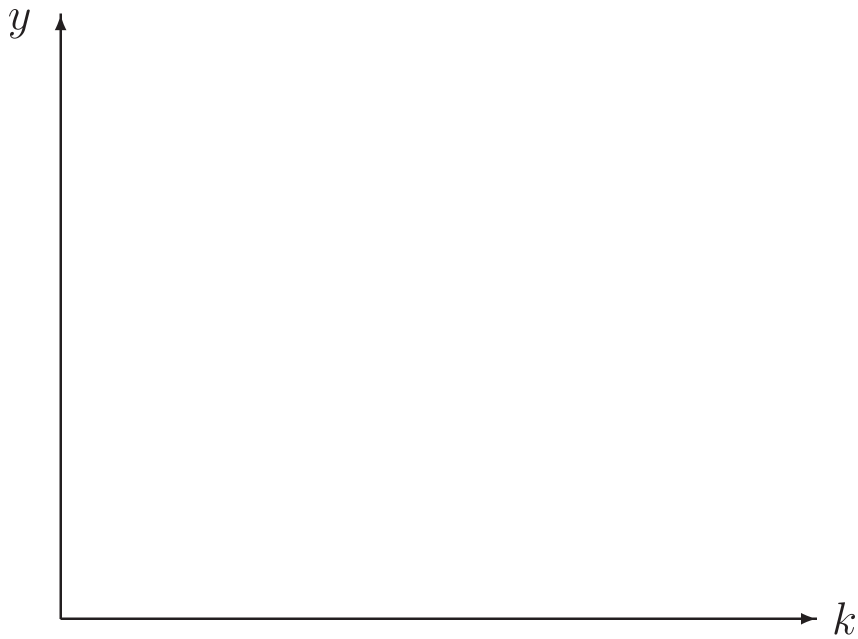
- Kapitalintensität $\frac{K}{L}$ bestimmt Faktorproduktivitäten.

- Grenzprodukt der Arbeit:

- Grenzprodukt des Kapitals:

Cobb-Douglas-Produktionsfunktion in Pro-Kopf-Größen

-
-
-



1.2 Die Nachfrageseite

- In einer geschlossenen Volkswirtschaft verwenden die Haushalte das Einkommen für Konsum C und Sparen $S = s' \cdot Y$ mit der Sparquote s':

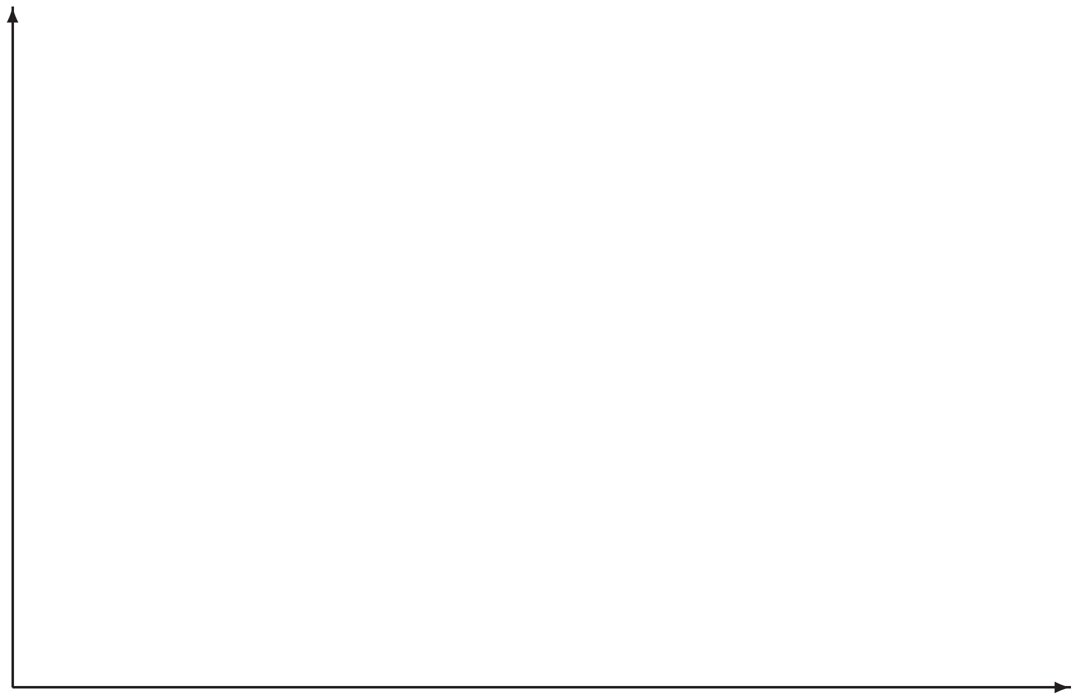
- Die Gleichung für das Pro-Kopf-Einkommen $y = Y/L$ lautet:

- In einer geschlossenen Volkswirtschaft entsprechen die Pro-Kopf-Investitionen i den Pro-Kopf-Ersparnissen $s' \cdot y$:

1.3 $\boxed{\text{Der Pro-Kopf-Kapitalstock}}$

- Der Kapitalstock steigt durch Investitionen i
- Der Kapitalstock verringert sich durch Abschreibungen $d = \delta \cdot k$
- Änderung des Kapitalstocks

Das Gleichgewicht: Steady- State k^*

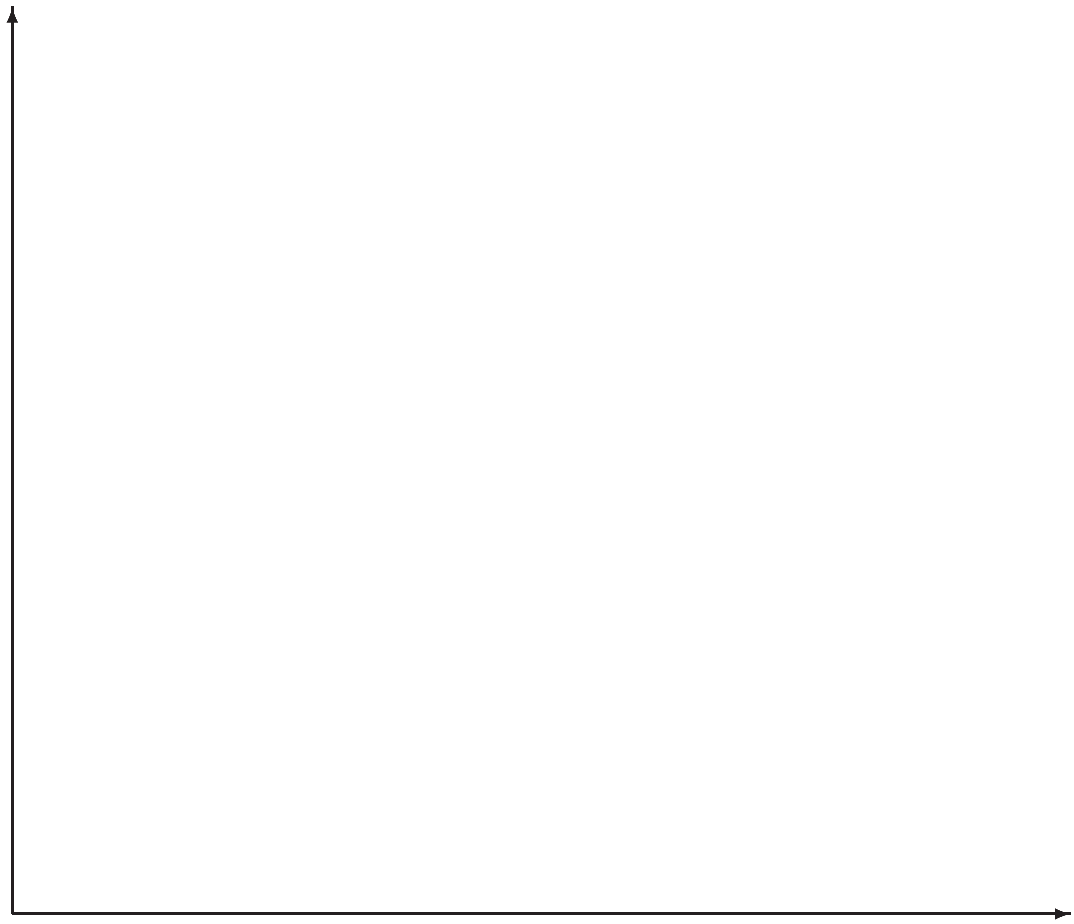


Unabhängig davon welchen Kapitalstock eine Volkswirtschaft in einem Zeitpunkt t_0 hat, wird es einen Prozess zum langfristigen Steady-State k^* geben.

- Falls $i_t > \delta \cdot k_t$, steigt der Kapitalstock.
- Falls $i_t < \delta \cdot k_t$, führt dies zu einer Reduzierung des Kapitalstocks.
- Beide Prozesse enden, wenn $i_t = \delta \cdot k_t$ ist.

Frage: Wird der Punkt k^* jemals erreicht?

1.4 Das Gleichgewichtseinkommen



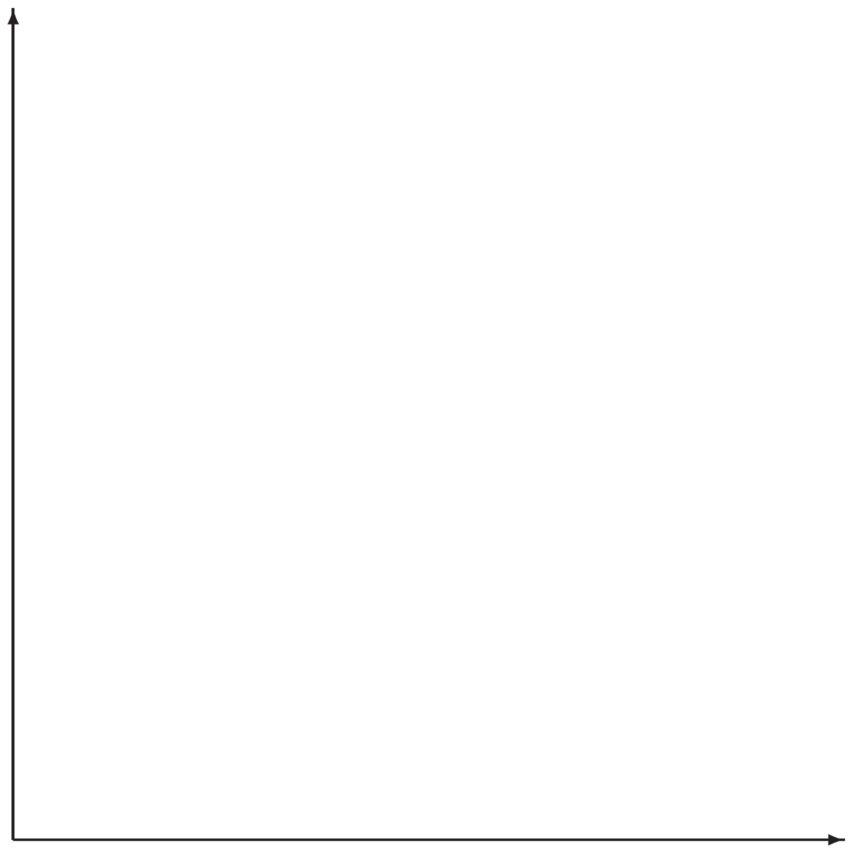
- Der Steady-State-Kapitalstock k^* bestimmt das Einkommen einer Volkswirtschaft.
- Das Solow-Modell erklärt Wachstum bis zum Erreichen des Steady-States.
- Länder, die über einen geringen Kapitalstock verfügen und noch weit von ihrem Gleichgewicht entfernt sind, weisen hohe Wachstumsraten auf.

  (Wirtschaftswunder nach 2. WK)

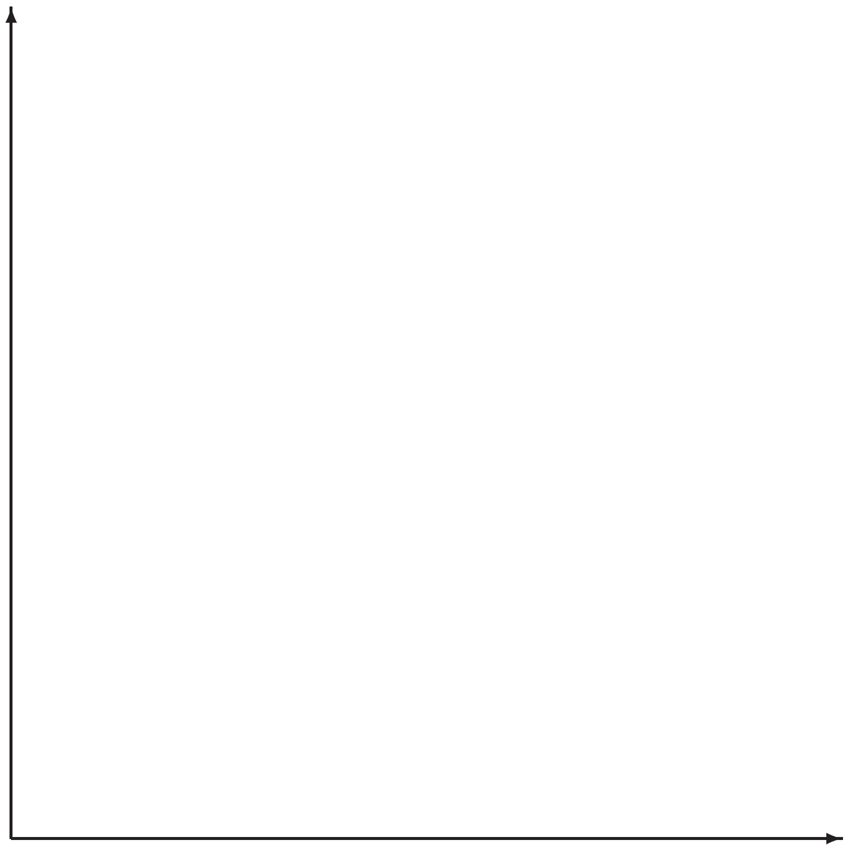
- Eine Volkswirtschaft, die ihr Steady-State erreicht hat, wächst im einfachen Solow-Modell nur noch bei einer Änderung von Sparquote oder Abschreibungsrate.

- Die Sparquote der USA liegt zum Beispiel deutlich unter der chinesischen Sparquote.

- Es besteht ein positiver Zusammenhang zwischen BIP und Investitionsquote.



Konsum bei unterschiedlichen Sparquoten im steady state



Der maximale Konsum $c^*(s^*)$ in einem steady state

$\Rightarrow$ Es gibt eine optimale Aufteilung der Einkommen auf C und I.

2 Optimales Wachstum bei exogener Sparquote

2.1 Die Goldene Regel der Kapitalakkumulation

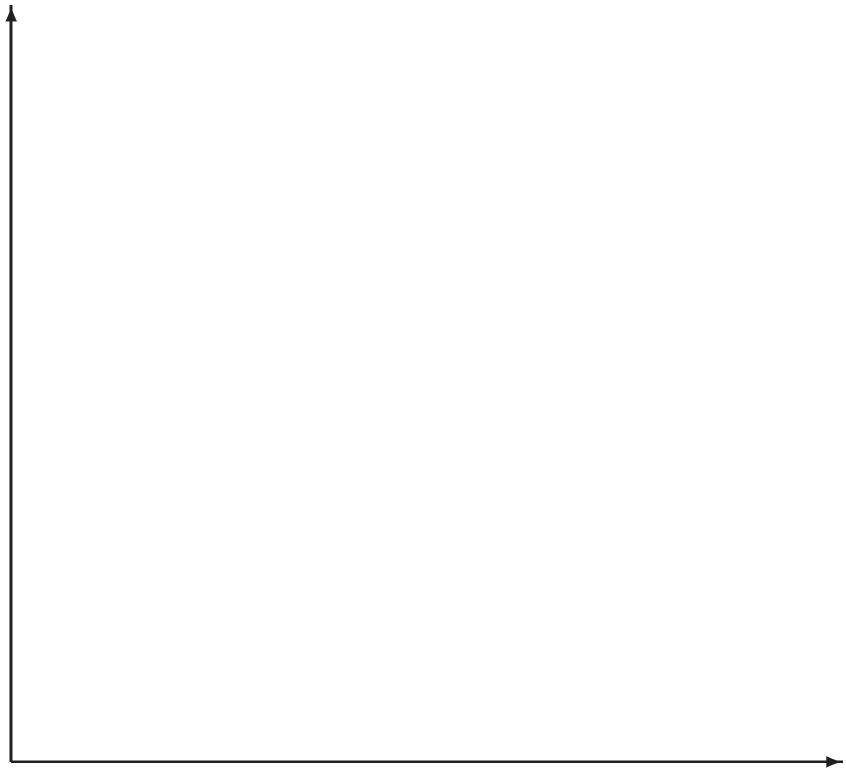
Es gibt ein steady state, in dem der Pro-Kopf-Konsum am höchsten ist.

Das Pro-Kopf-Einkommen verwenden die Haushalte in einer geschlossenen Volkswirtschaft für Konsum c und Sparen $s = s' \cdot y$ mit der Sparquote s':

Optimalitätsbedingung (Golden Rule):

Das Konsummaximum einer im Gleichgewicht wachsenden Volkswirtschaft ist erreicht, wenn ...

Golden-Rule-Niveau des Kapitalstocks k^{**}



Mit steigender Kapitalintensität und daraus resultierender Arbeitsproduktivität nimmt zunächst der Konsum pro Kopf zu.

Grund: Das Produktionsergebnis wächst durch die hohe Grenzproduktivität des Kapitals schneller als Investitionen zur Erhaltung der Kapitalintensität notwendig wären.

2.2 Die optimale Sparquote

Eine Wirtschaft, deren Sparquote nach der Regel der Goldenen Kapitalakkumulation zu hoch ist, sollte weniger sparen und mehr konsumieren. Der höhere Konsum würde den Lebensstandard in der Gegenwart und auch in der Zukunft heben. Andererseits fordert die Goldene Regel bei zu geringer Sparquote zu Konsumverzicht in der Gegenwart auf, um einen höheren Zukunftskonsum zu ermöglichen.