



Übungen zur Kombinatorik

Prof. Dr. Helmut Maier, Hans- Peter Reck

Gesamtpunktzahl: 24 Punkte

Musterlösung zu Übungsblatt 4

Abgabe: Freitag, 13. November 2009, vor den Übungen

Dieses Übungsblatt fließt als erstes in die Wertung zur Teilnahme an der Klausur ein. Auf diesem und den Übungsblättern 6 und 9 müssen insgesamt 50% der Punkte erreicht werden, um zur Klausur zugelassen zu werden. Gemeinsame Abgabe ist nicht erlaubt.

1. Wieviele Möglichkeiten bestehen, das Wort „MAMAMIA“ zu permutieren?

Das Wort „MAMAMIA“ hat sieben Buchstaben, allerdings nur drei verschiedene, und zwar in der Häufigkeit: dreimal „M“, dreimal „A“ und einmal das „I“. Somit gibt es

$$\frac{7!}{3! \cdot 3!} = \frac{5040}{36} = 140$$

Permutationen.

(6 Punkte)

2. Bestimme die Anzahl der nichtnegativen ganzzahligen Lösungen von

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 70.$$

Hier liegt ein Auswahlproblem vor. Aus der Menge von 71 Zahlen wählen wir dreimal aus, bis die letzte festgelegt ist. Wir erhalten

$$\binom{n+k-1}{k} = \binom{71+3-1}{3} = \binom{73}{3} = \frac{73 \cdot 72 \cdot 71}{3!} = 62196$$

Möglichkeiten.

(9 Punkte)

3. Von einer Gruppe von 40 Studenten sprechen 20 französisch, zehn spanisch und fünf russisch. Sieben sprechen französisch und spanisch, drei französisch und russisch sowie zwei spanisch und russisch. Einer spricht alle drei Fremdsprachen. Wieviele Studenten gibt es, die keine dieser drei

Fremdsprachen sprechen?

Nach dem Einschluß- Ausschluß- Prinzip berechnen wir

$$\begin{aligned}N(FSR) &= 40 - |F \vee S \vee R| = 40 - (|F| + |S| + |R| - |F \wedge S| - |F \wedge R| - |S \wedge R| + |F \wedge S \wedge R|) \\ &= 40 - (20 + 15 + 5 - 7 - 3 - 2 + 1) = 40 - 24 = 16\end{aligned}$$

16 Studenten sprechen keine dieser Fremdsprachen.

(9 Punkte)