Übungen zur Linearen Algebra II

Prof. Dr. Helmut Maier, Hans- Peter Reck

Gesamtpunktzahl: 24 Punkte, alles Zusatzpunkte
Abgabe: Freitag, 20. Juli 2012, vor den Übungen

Die Punkte dieses Blattes sind Zusatzpunkte, gehen also nicht in die Wertung der notwendig zu erreichenden Punkte ein. Zur Klausurzulassung benötigt man 156 Punkte.

1. Es sei das AWP $\vec{y}' = \mathcal{A}\vec{y}$ mit
$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{y}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}.$$
gegeben.
   (a) Bestimme den größten gemeinsamen Teiler von $P_{\mathcal{A}}(\lambda)$ und $p(\lambda) = \lambda^4 - 9\lambda^2 + 4\lambda + 12$ und drücke ihn als Linearkombination von $P_{\mathcal{A}}(\lambda)$ und $p(\lambda)$ aus.
   (b) Bestimme die Lösung des obigen AWP $\vec{y}' = \mathcal{A}\vec{y}$. (Punkte)

(8 Punkte)

2. Die DGL 2. Ordnung $y'' + dy' + y = 0$ mit $d > 0$ kann durch die Substitution $y_1 = y$ und $y_2 = y'$ in ein System von zwei linearen DGL 1. Ordnung umgeformt werden.
   (a) Führe diese Umformung durch.
   (b) Gib eine Lösung an und führe Fallunterscheidungen für verschiedene Werte von d durch.

(8 Punkte)

3. Zwei Produkte (nennen wir sie Lineare Algebra I und Lineare Algebra II) sollen unter Verwendung der Produktionsfaktoren Sonne, Mond und Sterne hergestellt werden. Verfahrensbedingt müssen einige Rahmenbedingungen eingehalten werden; bekannt sind der Faktoreinsatz und der Gewinn pro Stück.

	LA I	LA II	max. Verfügbarkeit
Sonne	2	10	60
Mond	6	6	60
Sterne	10	5	85
Gewinn	45	30	

   (a) Wie viel Stück sollen von jedem Produkt hergestellt werden, um einen möglichst hohen Gewinn zu erzielen? Stelle hierfür zunächst das lineare Optimierungsproblem auf, zeichne anschließend den zulässigen Bereich und löse das Problem graphisch.
   (b) Löse das Produktionsproblem mit dem Simplexverfahren. (8 Punkte)