Übungen zur Angewandten Diskreten Mathematik

Prof. Dr. Helmut Maier, Dr. Hans- Peter Reck

Gesamtpunktzahl: 24 Punkte

Abgabe: Freitag, 31. Oktober 2014, vor den Übungen

1. Bestimme mit dem Euklidischen Algorithmus den größten gemeinsamen Teiler von m und n für

   (a) $m = 1525$ und $n = 2257$

   (b) $m = 6438$ und $n = 4466$

   (c) $m = 1479$ und $n = 9346$ (9 Punkte)

2. Überprüfe die Lösbarkeit der folgenden Diophantischen Gleichungen und gib ggfs. eine Lösung an.

   (a) $1525x + 2257y = 31$

   (b) $187x + 323y + 391z = 357$ (6 Punkte)

3. (a) Es seien $a, b \in \mathbb{N}$. Zeige mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus die Darstellung

$$\frac{a}{b} = q_0 + \cfrac{1}{q_1 + \cfrac{1}{q_2 + \cfrac{1}{\ddots + q_{n-1} + \cfrac{1}{q_n + \cfrac{1}{q_{n+1}}}}}}$$

   mit $q_0 \in \mathbb{N}_0$ und $q_i \in \mathbb{N}$ mit $1 \leq i \leq n + 1$.

   Dies nennt man eine Kettenbruchdarstellung von $\frac{a}{b}$, welche man auch folgendermaßen schreibt:

$$\frac{a}{b} = [q_0; q_1, q_2, \ldots, q_{n+1}].$$

   (b) Zeige: $[q_0; q_1, \ldots, q_{n+1} + 1] = [q_0; q_1, \ldots, q_{n+1}, 1]$, d.h. die Kettenbruchentwicklung einer rationalen Zahl ist nicht eindeutig, wenn man als letzte Zahl die 1 zulässt.

   (c) Gilt $[p_0; p_1, \ldots, p_k] = [q_0; q_1, \ldots, q_l]$ mit $p_k, q_l \neq 1$, so ist $k = l$ und $p_i = q_i$ für $0 \leq i \leq k$.

   (d) Bestimme die Kettenbruchentwicklung von $\frac{73}{43}$. (9 Punkte)