Übungen zur Angewandten Diskreten Mathematik

Prof. Dr. Helmut Maier, Dr. Hans- Peter Reck

Gesamtpunktzahl: 24 Punkte

Abgabe: Freitag, 14. November 2014, vor den Übungen

1. Es seien $a, b \in \mathbb{Z}$, und die Kongruenz $ax + b \equiv 0 \bmod m$ besitze für alle $m \in \mathbb{N}$ eine Lösung. Zeige, dass dann die Gleichung $ax + b = 0$ eine ganzzahlige Lösung hat. (3 Punkte)

2. Bestimme das multiplikative Inverse von
   (a) 47 mod 611
   (b) 191 mod 1280
   (c) 53 mod 101 mit zu Hilfenahme der Gleichung $53 \cdot 61 = 1 + 32 \cdot 101$ (4 Punkte)

3. (a) In welcher der folgenden Kongruenzen darf der gemeinsame Faktor gekürzt werden?
      i. $3 \cdot 5 \equiv 3 \cdot 2 \bmod 9$
      ii. $3 \cdot 2 \equiv 3 \cdot 19 \bmod 17$
      Die Antwort ist zu begründen und die Kürzung auszuführen.
   (b) Bestimme $10^{6183} \bmod 61$. (5 Punkte)

4. Es gilt $251 \in \mathbb{P}$, und trotzdem ist M_{251} keine Mersenne- Primzahl. Zeige $503 | M_{251}$. (3 Punkte)

5. (a) Es sei $k \in \mathbb{N}$. Die k- te Fermatzahl F_k ist durch $F_k := 2^{2^k} + 1$ definiert. Zeige, dass $ggT(F_k, F_l) = 1$ für $k \neq l$ gilt.
   (b) Folgere aus dem Ergebnis von a), dass es unendlich viele Primzahlen gibt. (4 Punkte)

6. (a) Wie viele verschiedene siebenstellige Zahlen mit lauter verschiedenen Ziffern lassen sich aus den Ziffern 1,2,3,4,5,6 und 7 bilden?
   (b) Zeige, dass keine dieser Zahlen eine andere dieser Zahlen teilt. (5 Punkte)