Übungen zur Angewandten Diskreten Mathematik

Prof. Dr. Helmut Maier, Dr. Hans- Peter Reck

Gesamtpunktzahl: 24 Punkte

Abgabe: Freitag, 21. November 2014, vor den Übungen

1. Auf der "Arithmetik an der A7" im Januar 2014 in Hannover wurde folgendes Problem diskutiert: Es sei $n \in \mathbb{N}$ und
$$n = \sum_{j=1}^{k} \alpha_j \cdot 10^{k-j}$$
und schreiben $(n) = (\alpha_1, \ldots, \alpha_k)$ als Folge der Ziffern und notieren $(x) \triangleleft (y)$ für den Fall, dass die Folge (x) eine Teilfolge von (y) ist. Es sei M eine Menge mit $M \subset \mathbb{N}$.
Wir definieren die Menge $\mathcal{S}(M) = \{m \in M \colon \{n \in M,\ n < m \colon (n) \triangleleft (m)\} = \emptyset\}$.
Im folgenden betrachten wir die Menge der Primzahlen, also $M = \mathbb{P}$.

   (a) Bestimme alle Elemente $p \in \mathcal{S}(\mathbb{P})$ mit $p \leq 20$.

   (b) In welchen Restklassen modulo 10 liegen alle Elemente $p \in \mathcal{S}(\mathbb{P})$ mit $p \geq 10$?

   (c) Bestimme alle Elemente $p \in \mathcal{S}(\mathbb{P})$ mit $p \equiv 1 \bmod 10$.

   <u>Hinweis:</u>
   Im Januar 2012 fand die "Arithmetik an der A7" in Ulm statt. (10 Punkte)

2. Überprüfe die folgenden Kongruenzen auf Lösbarkeit und gib die Lösungen im Falle der Existenz an:

   (a) $29x \equiv 135 \bmod 257$

   (b) $61x \equiv 7 \bmod 244$

   (c) $38x \equiv 133 \bmod 323$ (9 Punkte)

3. Es sei $p \in \mathbb{P}$ mit $p > 2$. Zeige, dass für die Mersenne- Primzahlen $M_p \equiv 7 \bmod 24$ gilt. (5 Punkte)