Übungen zu Mathematik für Biologen

Prof. Dr. Helmut Maier, Dr. Hans- Peter Reck

Gesamtpunktzahl: 24 Punkte

Abgabe: Donnerstag, 14. Januar 2016, vor den Übungen

1. Bestimme die Ableitungen folgender Funktionen auf ihrem Definitionsbereich und vereinfache soweit wie möglich:

   (a) $f_1(x) = (2x^4 + 4x + 1)^{12}$

   (b) $f_2(x) = \sqrt{(x^2+1) \cdot \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}}}$ (1+3 Punkte)

2. Es sei $I = [-1, 1]$, und es bezeichne $\arccos\colon I \to [0, \pi]$ die Umkehrfunktion Arcuscosinus des Cosinus auf dem Intervall I. Nutze die aus der Vorlesung bekannten Ableitungen der trigonometrischen Funktionen zur Bestimmung der Ableitung des Arcuscosinus an der Stelle $x_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}$. (3 Punkte)

3. Nutze die aus der Vorlesung bekannten Ableitungen von e^x, $\ln x$, $\sin x$ und $\cos x$ zur Bestimmung der Ableitung folgender Funktionen auf ihrem Definitionsbereich und vereinfache soweit wie möglich:

   (a) $f_1(x) = e^{x+1} + \ln(x^2) + \sin x + 1$

   (b) $f_2(x) = e^x \cdot (\sin x + \cos x)$

   (c) $f_3(x) = \ln \ln \ln x$ (2+2+2 Punkte)

4. Zeige, dass für die Ableitung des Tangens

$$(\tan x)' = 1 + \tan^2 x$$

   gilt. (2 Punkte)

5. Bestimme folgende Grenzwerte:

   (a) $\lim_{x\to 0} f_1(x)$ mit

$$f_1(x) = \frac{\sqrt{x} \cdot e^x}{\sin x}$$

   (b) $\lim_{x\to 1} f_2(x)$ mit

$$f_2(x) = \frac{e^{x-1} + \sin(\pi x) - 1}{\ln x}$$

   (c) $\lim_{x\to\infty} f_3(x)$ mit $f_3(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$ und

$$g(x) = \ln x \quad \text{sowie } h(x) = \sqrt{x}.$$

   (d) $\lim_{x\to\infty} f_4(x)$ mit $f_4(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$ und

$$g(x) = e^x \quad \text{sowie } h(x) = c \cdot x^3$$

   mit $c \in \mathbb{R}$.

   (e) $\lim_{n\to\infty} f_5(n, x)$ mit

$$f_5(n, x) = \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$$

   (2+2+1+1+3 Punkte)