

Übungen zu Analysis für Informatiker

(Abgabe: Montag, 28.06.2010, 16.10 Uhr, H22)

31. Gegeben sei die Funktion $\sinh : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ aus Aufgabe 30.

- (a) Zeige, dass die Funktion \sinh umkehrbar ist.
- (b) Bestimme die Ableitung der Umkehrfunktion von \sinh . Dabei wird die Umkehrfunktion mit Arsinh (*Areasinushyperbolicus*) bezeichnet.
- (c) Zeige für $x \in \mathbb{R}$ die Gültigkeit der Identität

$$\operatorname{Arsinh}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) .$$

(7 Punkte)

32. Zeige für $a < b$ die Gültigkeit der Ungleichung

$$\frac{b-a}{1+b^2} < \arctan b - \arctan a < \frac{b-a}{1+a^2} .$$

(5 Punkte)

33. Zeige die **verallgemeinerte Bernoullische Ungleichung**

$$(1+x)^\alpha \geq 1+\alpha x \quad \text{für } \alpha > 1, x > -1 .$$

Hinweis: Betrachte die Funktion $f(x) = (1+x)^\alpha - (1+\alpha x)$.

(5 Punkte)

34. Zeige, dass die Gleichung

$$e^{-5x} - x^3 = 8$$

genau eine Lösung in \mathbb{R} besitzt.

(5 Punkte)

35. (a) Bestimme alle lokalen Maxima und Minima der Funktion

$$f(x) = (x-1)^4 \cdot e^{-x} .$$

(b) Bestimme im Intervall $[0, 2]$ das Maximum und Minimum von

$$g(x) = x \cdot e^{-2x} .$$

(8 Punkte)