

## Übungen zu Analysis für Informatiker

(Abgabe: Montag, 07.06.2010, 16.10 Uhr, H22)

19. (Potenzreihen)

Die unendliche Reihe  $\sum_{k=0}^{\infty} a_k(z - z_0)^k$  mit gegebenen  $a_k, z_0 \in \mathbb{C}$  nennt man eine

Potenzreihe mit dem *Entwicklungspunkt*  $z_0$ .

(a) Zeige: Es gibt ein  $R \in [0, \infty]$ , den sog. *Konvergenzradius*, so dass für alle  $z \in \mathbb{C}$  mit

i.  $|z - z_0| < R$  die Potenzreihe absolut konvergiert,

ii.  $|z - z_0| > R$  die Potenzreihe divergiert,

und  $R$  ist gegeben durch  $R = \frac{1}{\limsup_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|}}$ .

(Es gilt:  $\frac{1}{0} := \infty, \frac{1}{\infty} := 0$ )

(b) Berechne den *Konvergenzradius*  $R$  folgender Potenzreihen:

i.  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{z^k}{k^k}$     ii.  $\sum_{k=1}^{\infty} k^k z^k$     iii.  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{z^k}{k}$

(Hinweis:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1$ )

(6+3 Punkte)

20. Bestimme die

(a) Binär-, Oktal- und Hexadezimaldarstellung von 2010 .

(b) Oktal- und Hexadezimaldarstellung von  $\frac{8}{63}$  und  $(1011101, 01)_2$  .

(3+6 Punkte)

21. (a) Berechne  $(A19F)_{HEX} + (B3E1)_{HEX}$  bzw.  $(11011)_2 \cdot (1111)_2$  direkt im Hexadezimal- bzw. Binärsystem. Überprüfe eines der Ergebnisse (Summe oder Produkt) im Dezimalsystem.

(b) Es sei die Zahl  $x := (a_m a_{m+1} \dots a_{-1} a_0, a_1 a_2 \dots)_b$  mit Basis  $b$  und  $-m \in \mathbb{N}$  gegeben.

Wie sehen dann  $x \cdot b$  bzw.  $x : b$  aus? Was geschieht mit dem Komma?

(4+4 Punkte)