

Klausur zur Analysis für Informatiker

11.08.2009, 10:00 - 12:00 Uhr

Zum Bestehen der Klausur werden zusammen mit den Quizpunkten insgesamt 50 Punkte benötigt. In der Klausur sind 100 Punkte erreichbar.

Hilfsmittel: Ein DIN A4 Blatt mit handschriftlichen Aufzeichnungen. Kein Taschenrechner.

Bearbeitungszeit: 120 Minuten

1. (a) Berechne $(110)_2 \cdot (111)_2$.

(b) Berechne den Wert der Doppelsumme $\sum_{l=1}^n \sum_{k=l}^n \frac{1}{k}$.

(c) Bestimme in \mathbb{R} die Lösung der Gleichung $\ln x + \ln x^3 - \ln(8x) = 0$.

(12 Punkte)

2. Bestimme jeweils die Ableitung $f'(x)$ für

(a) $f(x) = e^{\sqrt{x}} \cdot \cos(\pi x)$

(b) $f(x) = \sqrt[3]{1 + \ln(x^2 + 1)}$

(12 Punkte)

3. Bestimme folgende Grenzwerte.

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\binom{x}{3}}{\ln(1+x)}$

(12 Punkte)

4. Zeige: Es existiert genau ein $x \in \mathbb{R}$ mit

$$e^x + x^3 = 42 .$$

(9 Punkte)

5. (a) Zeige mit Hilfe der Definition von Konvergenz

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-1}{2n+1} = \frac{1}{2} .$$

(b) Bestimme den Grenzwert

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \cdot 2^n + 3^n}{n^3 \cdot 2^n + 4 \cdot 3^n} .$$

(14 Punkte)

6. (a) Untersuche folgende Reihen auf Konvergenz:

$$(i) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\sqrt[3]{k}} \qquad (ii) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k!}{k^k}$$

(b) Bestimme, im Falle der Konvergenz, jeweils den Wert folgender Reihen:

$$(i) \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \left(\frac{3}{4}\right)^k \qquad (ii) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} \qquad (iii) \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{4}{3}\right)^k$$

(17 Punkte)

7. Bestimme alle lokalen Minima und Maxima von

$$f(x, y) = x^2 + 5y^2 - 2y - 4xy .$$

(12 Punkte)

8. Bestimme jeweils die Stammfunktion $\int f(x) dx$ von

$$(a) f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^3+2}}$$

$$(b) f(x) = \sqrt[4]{x} \cdot \ln x$$

(12 Punkte)