

Übungen zu Mathematische Grundlagen der Ökonomie 2

(www.uni-ulm.de/mawi/mawi-stukom/baur/ss14/mgdoe2.html)

(Abgabe und Besprechung am Mittwoch, den 09.07.14 um 14:00 im H4/5)

41. Du bist Besitzer eine Brauerei. Von deinem Braumeister weißt du, dass die Produktionskosten in Abhängigkeit der Menge x (in hl) bei weiterer Ausdehnung der Produktion mit dem Grenzkostensatz $k(x) = 0,006x^2 - 0,3x + 6,5$ (in Euro/hl) ansteigt. Zudem weißt du, dass bei der Produktion von 100 hl Gesamtkosten von 3000 Euro entstehen. Wie hoch sind die Fixkosten? Berechne die durchschnittlichen Kosten pro Hektoliter Bier.

(3 Punkte)

42. Berechne den Flächeninhalt eines zusammenhängenden Flächenstücks, welches durch die beiden Funktionen $f(x) = \sin x$ und $g(x) = \cos x$ begrenzt wird.

(3 Punkte)

43. Ziel dieser Aufgabe ist die Bestimmung der Bogenlänge der Funktion $f(x) = -\ln(\cos x)$.

(a) Berechne $f'(x)$.

(b) Weise nach, dass $\ln\left(\frac{1}{\cos x} + \tan x\right)$ eine Stammfunktion zu $\frac{1}{\cos x}$ ist.

(c) Zeige: $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$.

(d) Berechne nun unter Zuhilfenahme von a), b) und c) die Bogenlänge der Funktion $f(x)$ im Bereich von $-\frac{\pi}{4}$ bis $\frac{\pi}{4}$.

(1+1+1+2 = 5 Punkte)

44. Berechne das Volumen desjenigen Körpers, welcher durch eine Rotation der Funktion $f(x) = e^{-x}\sqrt{\sin x}$ im Bereich $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ um die x -Achse zustande kommt.

(4 Punkte)

45. Gegeben sei das Integral

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(2x) dx.$$

(a) Was ist der exakte Wert von I ?

(b) Berechne jeweils eine Näherungslösung des Integrals I mithilfe der Sehnen-Trapez-Regel und der Keplerschen Fass-Regel bei einmaliger Anwendung. Was ist jeweils über die Fehlerabschätzung zu sagen?

(c) Wieviele Unterteilungen des Intervalls sind nötig, um beim zusammengesetzten Sehnen-Trapez-Verfahren einen maximalen Fehler von 10^{-4} nicht zu überschreiten?

(d) Wieviele Unterteilungen sind bei der Keplerschen Fassregel nötig, um die Genauigkeit von 10^{-4} zu erreichen? Berechne für diese Unterteilung den Näherungswert von I .

(1+4+2+3 = 10 Punkte)