

Übungen zu Analysis 1

(<http://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-stukom/baur/ss15/ana1.html>)

(Abgabe am Freitag, den 10.07.15, bis 8.15 Uhr im H14)

Anmeldung zur Vorleistung im Hochschulportal nur bis zum 8. Juli 2015 möglich!

57. Es sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine beschränkte Funktion. Untersuchen Sie die Funktion $g(x) = x^2 \cdot f(x)$ auf Differenzierbarkeit an der Stelle $x_0 = 0$.

(3 Punkte)

58. Berechnen Sie die Ableitungen folgender Funktionen, wo definiert:

(a) $f(x) := \sin^2(2x^5 + \log(x^2))$

(b) $f(x) := -\log(\cos x)$

(c) $f(x) := \frac{1}{2} \log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$

(d) $f(x) := \frac{x + \sqrt{x}}{\sin x}$

(e) $f(x) := (\sin x)^{\sin x}$

(f) $f(x) := 3xe^{3x}$

(g) $f(x) := \exp\left(\frac{x^2 - 1}{x + 1}\right)$

(h) $f(x) := x^{(x^x)}$

(je 2, also 16 Punkte)

59. Berechnen Sie das Maximum und Minimum der Funktion $f(x) := (x^2 - 1)e^{-2x}$ im Intervall $[-1, 0]$, falls existent.

(4 Punkte)

60. Zeigen Sie, dass $\tanh : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$\tanh x := \frac{\sinh x}{\cosh x}$$

umkehrbar ist. Man nennt die Umkehrfunktion den *Areatangens Hyperbolicus*. Berechnen Sie die Ableitung des Areatangens Hyperbolicus.

(4 Punkte)

61. Zeigen Sie, dass für $0 < x < y$ und $\alpha > 0$ gilt:

$$\alpha x^\alpha \leq \frac{y^\alpha - x^\alpha}{\log\left(\frac{y}{x}\right)} \leq \alpha y^\alpha$$

(3 Punkte)