Gerhard Baur
Matthias Heinlein

Sommersemester 2015
5. Mai 2015
Blatt 4

Übungen zu Elemente der Topologie

(http://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-stukom/baur/ss15/topologie.html)

(Abgabe und Besprechung am Mittwoch, den 13.05.15 um 12:00 in HeHo18/220)

Aufgaben 12 und 13: Abgeben
Aufgaben 14 und 15: Vorrechnen

12. Sei $(X, \mathcal{T})$ ein topologischer Raum und $A, B \subset X$. Zeige

$$A \cap B = \emptyset \quad \Rightarrow \quad \bar{A} \cap \mathring{B} = \emptyset$$

(3 Punkte)

13. Sei $X = \mathbb{R}$, $\mathcal{B} = \{(a, b] : \quad -\infty < a < b < \infty\} \cup \{\emptyset\}$. Handelt es bei $\mathcal{B}$ um eine Basis einer Topologie. Ist die von $\mathcal{B}$ erzeugte Topologie feiner oder gröber als die euklidische Topologie?

(6 Punkte)

14. Sei $(X, \mathcal{T})$ ein topologischer Raum. Zeige eine Verschärfung von Satz 6 (i):
Alle einelementigen Teilmengen von X sind abgeschlossen genau dann, wenn gilt:

$$[T_1] \qquad x, y \in X \text{ mit } x \neq y \quad \Rightarrow \quad \exists\, G \in \mathcal{T} :\ x \in G, y \notin G$$

(5 Punkte)

15. Sei $(X, \mathcal{T})$ ein topologischer Raum, $Y \subset X$ und $(Y, \mathcal{T}_Y)$ die Spurtopologie bzgl. Y . Sei $A \subset Y$. Definiere $\mathring{A}_X$ als das Innere von A bzgl. $\mathcal{T}$ und $\mathring{A}_Y$ als das Innere von A bzgl. $\mathcal{T}_Y$. Zeige, dass $\mathring{A}_X \cap Y \subset \mathring{A}_Y$.
Gib ein Beispiel an, dass die umgekehrte Inklusion allgemein falsch ist. Wann gilt die umgekehrte Inklusion auch? (6 Punkte)