



Übungsblatt 2

Lineare Algebra für Informatiker und Ingenieure

(Abgabe ist zu **zweit** am 7.11.2011 um 12:10 Uhr in H22 **vor** der Übung)

Aufgabe 1 (Grundaufgaben - komplexe Zahlen) (4+2+2)

(a) Man berechne für $z_1 = 1 - i$, $z_2 = 3 - 2i$ und $w = \sqrt{3} - i$ die folgenden komplexen Zahlen

- | | | | |
|----------------------|---------------------|----------------------------|---------------------|
| i. $z_1 + z_2$ | ii. $z_1 \cdot z_2$ | iii. $z_1 \cdot \bar{z}_2$ | iv. $\frac{1}{z_2}$ |
| v. $\frac{z_1}{z_2}$ | vi. $ z_1 $ | vii. $\arg z_1$ | viii. w^{10} |

(b) Man beweise die folgenden Identitäten für komplexe Zahlen $z, w \in \mathbb{C}$

- | | |
|---|-------------------------------------|
| i. $\overline{z \cdot w} = \bar{z} \cdot \bar{w}$ | ii. $ z \cdot w = z \cdot w $. |
|---|-------------------------------------|

(c) Es sei $z \in \mathbb{C}$ beliebig mit $z \neq -|z|$, dann ist

$$w := \sqrt{|z|} \frac{z + |z|}{|z + |z||}$$

eine komplexe Wurzel von z , d.h. es gilt $w^2 = z$. Man zeige dies.

Aufgabe 2 (Skizzen in der Gaußschen Ebene) (1+2)

Man skizziere folgende Teilmengen M der komplexen Zahlen in der Gaußschen Ebene.

(a) Man begründe in diesem Fall über die Interpretation von $|\cdot|$ die Skizze.

$$M = \{z \in \mathbb{C} : |z + i| = |z - i|\}$$

(b) Man begründe rechnerisch, die hier zu fertigende Skizze.

$$M = \{z \in \mathbb{C} : |z + i| = 3|z - i|\}$$

Aufgabe 3 (Etwas „Theorie“ zur Schwingungsgleichung) (2)

Man betrachte eine homogene Schwingungsgleichung $y'' + py' + qy = 0$, wobei $p^2 - 4q = 0$ gelte. Man zeige, dass neben der Lösung $y_1(x) = e^{-\frac{p}{2}x}$ (hier muss nicht nachgerechnet werden, dass y_1 eine Lösung ist) auch

$$y_2(x) = xe^{-\frac{p}{2}x}$$

eine Lösung dieser Differentialgleichung ist.

Aufgabe 4 („Reibungsparameter“ in der Schwingungsgleichung) (1+1+1)

Man betrachte das AWP (Anfangswertproblem) $y'' + py' + 4y = 0$ mit den Anfangswerten $y(0) = 1$ und $y'(0) = 0$ für die folgenden Werte des Parameters p

- | | | |
|-------------|-------------|---------------|
| (a) $p = 5$ | (b) $p = 4$ | (c) $p = 0$. |
|-------------|-------------|---------------|

Aufgabe 5 (Inhomogene Schwingungsgleichungen) (2+2)

Man löse das AWP $y'' + 2y' + 2y = f(x)$ mit den Anfangswerten $y(0) = y'(0) = 0$ und den folgenden äußeren Anregungen $f(x)$

- | | |
|----------------|-------------------------------|
| (a) $f(x) = 1$ | (b) $f(x) = \cos \sqrt{2}x$. |
|----------------|-------------------------------|