



## Übungsblatt 3

### Lineare Algebra für Informatiker und Ingenieure

(Abgabe ist zu **zweit** am 14.11.2011 um 12:10 Uhr in H22 **vor** der Übung)

#### Aufgabe 1 (Ebenen und Geraden)

(1+5+2)

- (a) Man gebe die definierende Gleichung der Ebene  $E_1$  an, die durch die folgenden Punkte geht

$$A = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- (b) Man bestimme den Schnitt von  $E_1$  mit den Geraden

$$g_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + a \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} : a \in \mathbb{R} \right\}, \quad g_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix} : b \in \mathbb{R} \right\},$$
$$g_3 = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} : c \in \mathbb{R} \right\}.$$

- (c) Es sei die Ebene  $E_2$  definiert durch die Punkte

$$D = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Man bestimme den Schnitt von  $E_1$  und  $E_2$ .

#### Aufgabe 2 (Winkel, Längen, Flächen)

(3)

Man bestimme die Längen aller Seiten, den Flächeninhalt und alle Innenwinkel des Dreiecks mit den Eckpunkten

$$A = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

#### Aufgabe 3 (Abstand zweier Geraden)

(4)

Man berechne den Abstand der Geraden  $g_1$  und  $g_2$ . Dabei ist

$$g_1 = \left\{ a \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} : a \in \mathbb{R} \right\} \quad \text{und} \quad g_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} : b \in \mathbb{R} \right\}.$$

#### Aufgabe 4 (Schwerpunkt)

(3+1+1)

Zwei Schwerlinien (Strecke durch einen Eckpunkt und die Mitte der gegenüberliegenden Seite) eines Dreiecks schneiden sich im Verhältnis 2 : 1.

- Man formalisiere diese Aussage im  $\mathbb{R}^n$ .
- Man beweise die formalisierte Aussage.
- Man zeige, dass sich alle drei Schwerlinien in einem Punkt schneiden. Dieser Punkt wird der Schwerpunkt genannt.