



Maßtheorie - Übungsblatt 13
(Abgabe: Mittwoch, 30. Januar 2013 vor der Übung.)

Aufgabe 31 (*Minkowski Ungleichung*)

(12 Punkte)

Sei $(\Omega, \mathcal{A}, \mu)$ ein Maßraum, $p > 1$ und f, g messbare Funktionen mit $|f|^p, |g|^p \in \mathcal{L}(\Omega, \mathcal{A}, \mu)$. Zeigen Sie:

$$|f + g|^p \in \mathcal{L}(\Omega, \mathcal{A}, \mu)$$

und es gilt

$$\left(\int |f + g|^p d\mu \right)^{\frac{1}{p}} \leq \left(\int |f|^p d\mu \right)^{\frac{1}{p}} + \left(\int |g|^p d\mu \right)^{\frac{1}{p}}.$$

Aufgabe 32 (*Radon-Nikodym*)

(8 Punkte)

Seien λ_1, λ_2 und μ σ -endliche Maße auf (Ω, \mathcal{A}) mit $\lambda_j \ll \mu$ für $j = 1, 2$. Zeigen Sie:

$$\frac{d}{d\mu}(\lambda_1 + \lambda_2) = \frac{d\lambda_1}{d\mu} + \frac{d\lambda_2}{d\mu} \quad \mu\text{-f.ü.}$$