

Übungen zu Analysis 3

(<https://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-stukom/baur/ws14150/ana3.html>)

(Abgabe und Besprechung am Dienstag, den 28.10.14 um 16:00 Uhr im H12)

1. a) Es seien a_k, b_k die Fourier-Koeffizienten einer stetig differenzierbaren (2π -periodischen) Funktion $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$. Zeigen Sie:

$$a_k = o\left(\frac{1}{k}\right) \quad \text{und} \quad b_k = o\left(\frac{1}{k}\right)$$

Bemerkung: $f(n) = o(g(n))$ mit $g(n) \neq 0$, falls $\left|\frac{f(n)}{g(n)}\right| \rightarrow 0$ für $n \rightarrow \infty$

- b) Es seien a_k, b_k die Fourier-Koeffizienten einer zweimal stetig differenzierbaren (2π -periodischen) Funktion $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$. Bestimmen Sie die c_k (bestmöglich), sodass gilt:

$$a_k = o(c_k) \quad \text{und} \quad b_k = o(c_k)$$

- c) Zeigen Sie, dass die Fourierreihe einer zweimal stetig differenzierbaren (2π -periodischen) Funktion $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ gleichmäßig konvergiert.

(3+3+3=9 Punkte)

2. a) Zeigen Sie:

$$\int_0^\infty \left| \frac{\sin x}{x} \right| dx = \infty$$

- b) Zeigen Sie:

$$\int_{-\pi}^{\pi} |D_n(x)| dx \rightarrow \infty \quad \text{für } n \rightarrow \infty$$

(3+4=7 Punkte)