

Übungen zu Analysis 3

(Abgabe und Besprechung am Dienstag, den 09.12.14 um 16:00 Uhr im H12)

14. Berechnen Sie folgende Kurvenintegrale:

(i) $f(x, y) = (y^3, x^3)$ für $\gamma(t) = (t^\alpha, t)$, $t \in [0, 1]$, $\alpha \geq 1$

(ii) $f(x, y, z) = (x^2 - yz, y^2 - xz, -xy)$ für $\gamma(t) = (\cos(t), \cos(t), t)$, $t \in [0, 2\pi]$

(2+2=4 Punkte)

15. Die Vektorfelder F , G und das Skalarfeld φ (Definition Skalarfeld: Abbildung von M nach \mathbb{R} , d.h. $\varphi : M \rightarrow \mathbb{R}$) seien differenzierbar auf einer offenen Menge $M \subset \mathbb{R}^3$. Zeigen Sie, dass dann auf M gilt:

(i) $\operatorname{rot}(\varphi F) = \varphi \operatorname{rot}(F) + \operatorname{grad}(\varphi) \times F$

(ii) $\operatorname{div}(\varphi F) = \varphi \operatorname{div}(F) + \operatorname{grad}(\varphi) \cdot F$

(iii) $\operatorname{div}(F \times G) = G \cdot \operatorname{rot}(F) - F \cdot \operatorname{rot}(G)$

(4+4+4=12 Punkte)

