

Übungen zu Analysis 3

(Abgabe und Besprechung am Dienstag, den 03.02.15 um 16:00 Uhr im H12)

24. In der Vorlesung haben wir den Satz von Gauß im Raum kennen gelernt. Davon gibt es auch eine entsprechende Version in der Ebene:

Sei $S \subset \mathbb{R}^2$ ein Standardbereich mit äußerer Normalen n_a und es sei $S \subset G, G$ offen, $(f, g) : G \rightarrow \mathbb{R}^2$ ein stetig diffbares Vektorfeld. Dann gilt:

$$\int_{\gamma} f \cdot n_a = \iint_S \operatorname{div} (f(x, y), g(x, y)) d(x, y).$$

Dabei ist γ ein positiv orientierte Randkurve von S . Beweise den Satz für den Spezialfall, dass S die Einheitskreisscheibe ist.

Hinweis: Beachte, dass S ein Standardbereich ist. Schaue dir den Beweis vom Satz von Gauß im Raum nochmals an und versuche einen ähnlichen Ansatz.

(10 Punkte)

25. Berechne mit Hilfe des Satzes von Stokes das folgende Integral

$$\int_{\partial F} (2x^2y, 2xy^2, xy + z^2).$$

Dabei ist F die Fläche, die entsteht, wenn man die Parabel $z = 4 - x^2$ für $0 \leq x \leq 2$, um die z -Achse rotiert.

(6 Punkte)

Bemerkung: Das ist das letzte Übungsblatt. Für die Vorleistung benötigt ihr mindestens 104 Punkte. Vergesst nicht, euch rechtzeitig für die Vorleistung anzumelden.