

Blatt 3

(Besprechung am 30.11.2011 und 1.12.2011)

Aufgabe 1. (Iterative Kompression)

KNOTENBIPARTISIERUNG ist das folgende NP-vollständige Problem, welches zentral ist beim *SNP-Haplotyping*, der Rekonstruktion der Gensequenz der zwei Kopien eines Chromosoms:

Eingabe: Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ und eine natürliche Zahl k .

Frage: Gibt es eine Menge $C \subseteq V$ mit $|C| \leq k$, so dass der Graph $G' = G[V \setminus C]$ (d. h. der Teilgraph von G , der durch die Knotenmenge $V \setminus C$ induziert wird) bipartit ist? Eine solche Menge C heißt *Bipartisierungsmenge*.

Benutze das folgende Lemma, um einen auf iterativer Kompression basierenden FPT-Algorithmus bzgl. k für KNOTENBIPARTISIERUNG zu entwerfen, und analysiere dessen Laufzeit.

Lemma: Gegeben ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ und eine Bipartisierungsmenge C mit $|C| = k$. Dann gilt: Wenn es eine Bipartisierungsmenge C' für G mit $|C'| = k - 1$ und $C' \cap C = \emptyset$ gibt, dann existiert eine Boolesche Funktion von C (d. h. eine Funktion $p : C \rightarrow \{0, 1\}$), mit deren Hilfe ein (hier nicht näher beschriebener) Algorithmus in Zeit $O(k \cdot |E|)$ die Menge C' bestimmen kann.

Aufgabe 2. (Baumzerlegungen)

Finde optimale Baumzerlegungen für die Graphen auf dem in der Vorlesung ausgeteilten Blatt und gebe deren Baumweite an.

Aufgabe 3. (Baumweite von Gittergraphen)

Zeige, dass die Baumweite des $n \times n$ -Gittergraphen bestehend aus n^2 Knoten und $2 \cdot n \cdot (n - 1)$ Kanten durch n nach oben beschränkt ist. Gebe auch die entsprechende Baumzerlegung an.

Ermittle mittels des Robber-Cop-Games auch eine untere Schranke für die Baumweite.