Übungen zur Vorlesung **Wintersemester 2011/12**
Algorithmen für schwierige Probleme **Universität Ulm**
Britta Dorn **1.12.2011**
Jacobo Torán

Blatt 4

(Besprechung am 7.12.2011)

Aufgabe 1. (Baumweite und Größe eines Vertex Covers)
In der Vorlesung haben wir folgendes Lemma behandelt (aber noch nicht komplett bewiesen):

> **Lemma:** Sei $G = (V, E)$ ein Graph, der ein Vertex Cover der Größe $vc(G)$ besitzt. Dann gilt: $w(G) \leq vc(G)$.

Für den Beweis hatten wir angenommen, dass $V' \subset V$ ein Vertex Cover von G der Größe $vc(G)$ ist, und damit eine Baumzerlegung $\mathcal{X}$ von G mit $w(\mathcal{X}) \leq vc(G)$ wie folgt angegeben:
Sei $D := V \setminus V' = \{v_1, \ldots, v_l\}$. Als Baumstruktur T wählen wir einen Pfad der Länge l, also $V_T = \{1, \ldots, l\}$, und die Bags der Baumzerlegung als $X_j := V' \cup \{v_j\}$ $\forall j = 1, \ldots, l$. Die Behauptung war, dass

$$\mathcal{X} := \langle \{X_i \mid i \in V_T\}, T \rangle$$

eine Baumzerlegung von G ist (mit Weite $vc(G)$).

Zeige diese Behauptung!

Aufgabe 2. (Parametrisierte Reduktionen)

Gib parametrisierte Reduktionen an

1. von Vertex Cover auf Dominating Set;
2. von MaxCut auf MaxSat;

Bemerkung: Die Reduktion, die für 2. naheliegend ist, ist wahrscheinlich keine parametrisierte Reduktion... ändere in diesem Fall die Fragestellung bei MaxSat so um, dass alles passt.

Problemdefinitionen (Parameter ist jeweils k):

MaxCut:
Gegeben: Graph $G = (V, E)$ und natürliche Zahl k.
Frage: Gibt es eine Menge $S \subseteq V$, so dass mindestens k Kanten einen Endpunkt in S und einen in $V \setminus S$ haben?

MaxSat:
Gegeben: Aussagenlogische Formel F in KNF und natürliche Zahl k.
Frage: Gibt es eine Belegung der Variablen in F, so dass mindestens k Klauseln

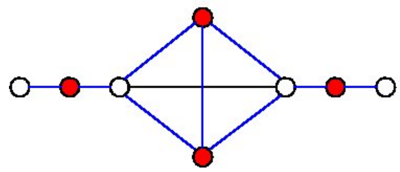
in F wahr werden?

Aufgabe 3. (Partial Vertex Cover, **parametrisierte Reduktion)**

Partial Vertex Cover ist eine Verallgemeinerung des Vertex Cover Problems und wie folgt definiert:

Partial Vertex Cover:
Gegeben: Ein Graph $G = (V, E)$ und $k \in \mathbb{N}$, $t \in \mathbb{N}$.
Frage: Gibt es eine Teilmenge $C \subseteq V$ bestehend aus höchstens k Knoten, so dass C mindestens t Kanten abdeckt?

Beispiel: $t = 9$ und $k = 4$



Gib eine parametrisierte Reduktion von Independent Set auf Partial Vertex Cover an. Betrachte hier k als Parameter (nicht t).

Wie wir in der Vorlesung noch sehen werden, ist Independent Set W[1]-vollständig. Was lässt sich damit über Partial Vertex Cover aussagen?