UNIVERSITÄT ULM

Abteilung für Zahlentheorie und Wahrscheinlichkeitstheorie

Übungen zur Höheren Mathematik für Physiker II

Dr. Hartmut Lanzinger, Hans- Peter Reck

Übungsblatt 1

Abgabe: Mittwoch, 23. April 2008, vor den Übungen

1. Welche der folgenden Mengen sind Vektorräume? Begründe Deine Antwort.

    (a) Die Menge aller regulären Matrizen $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$.

    (b) Die Menge aller differenzierbaren Funktionen $f : [a, b] \to \mathbb{R}$.

2. Aus der Vorlesung wissen wir, daß Vereinigungen von Unterräumen im allgemeinen keine Unterräume mehr ergeben. Gib hierfür ein geeignetes Beispiel an.

3. Überprüfe, ob bei folgenden Mengen Unterräume des Vektorraums V vorliegen:

    (a) $V = \mathbb{R}^n, \alpha_1, \dots, \alpha_n \in \mathbb{R},\ U = \{(x_1, \dots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n : \sum_{\nu=1}^{n} \alpha_\nu x_\nu = 0\}$.

    (b) $V = \{f : \mathbb{N} \to \mathbb{C}\}, U = \{f : \mathbb{N} \to \mathbb{C} \mid f(1) = 0\}$.

    (c) $V = \mathbb{R}^2,\ U = \{(x, y)^T \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 4xy + 3y^2 = 0\}$.

4. Stelle den Vektor $v = (1, 2, 3, 4)^T$ als Linearkombination der folgenden Vektoren dar: $b_1 = (1, 0, 1, 0)^T,\ b_2 = (1, 1, 0, 1)^T,\ b_3 = (0, 1, 0, 0)^T$ und $b_4 = (0, 0, 0, 1)^T$.

5. Überprüfe die Vektoren $(1, 1, 0, 0)^T$, $(1, 0, 1, 1)^T$ und $(0, 1, 1, 1)^T$ des Vektorraums $\mathbb{K}^4$ für $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ auf lineare Unabhängigkeit.