

Übungen zu Stochastik für Wiwi

(Abgabe: Fr., 28.10.2011, vor den Übungen)

1. Kurz bevor die Mensa schließt greifen ein Student und ein Übungsleiter gleichzeitig zur letzten Portion Pommes. Um zu entscheiden wer die Pommes bekommt spielen sie eine Runde „Stein, Schere, Papier“. Dabei haben sie keine Information über die Strategie des Gegners und entscheiden sich daher zufällig für ihren Spielzug. Ausserdem bevorzugen sie keine der drei Optionen.

Gib eine geeignete Grundmenge Ω an. Schreibe dann die folgenden Ereignisse in Mengenschreibweise und berechne die Wahrscheinlichkeit dass sie eintreten.

- (a) Das Spiel endet unentschieden.
- (b) Der Student gewinnt.
- (c) Der Übungsleiter spielt „Stein“, gewinnt aber nicht.

(4 Punkte)

2. Gib eine geeignete Grundmenge für die folgenden Zufallsexperimente an:

- (a) Drei nicht unterscheidbare 1-Euro-Münzen werden gleichzeitig geworfen.
- (b) Eine 1-Euro-Münze wird dreimal hintereinander geworfen.
- (c) Eine 50-Cent-Münze und eine 1-Euro-Münze werden gleichzeitig geworfen.

(4 Punkte)

3. Eine Münze wird zweimal hintereinander geworfen, dabei interessiert man sich für die Anzahl der Würfe bei denen Zahl oben liegt (bzw. die Wahrscheinlichkeit für eine bestimmte Anzahl solcher Würfe). Als Wahrscheinlichkeitsraum wird (Ω, \mathcal{F}, P) betrachtet, mit

- $\Omega = \{0; 1; 2\}$
- $\mathcal{F} = \{\emptyset; \{0\}; \{1\}; \{2\}; \{0; 1\}; \{0; 2\}; \{1; 2\}; \{0; 1; 2\}\}$
- $P(A) = p_A$ wobei p_A die Wahrscheinlichkeit ist dass die Anzahl der „Zahl“-Würfe ein Element aus A ist. Also z.B. $P(\emptyset) = 0$ und $P(\Omega) = 1$.

Bei jedem der beiden Würfe sind die Ergebnisse „Kopf“ und „Zahl“ gleich wahrscheinlich und die Ergebnisse beeinflussen sich nicht gegenseitig.

- (a) Wieso handelt es sich bei (Ω, \mathcal{F}, P) nicht um einen Laplace-Raum?
- (b) Finde einen zur Situation passenden Laplace-Raum $(\Omega_b, \mathcal{F}_b, P_b)$

(4 Punkte)

4. Ein gewöhnlicher Würfel wird einmal geworfen. Wir interessieren uns für die Wahrscheinlichkeiten verschiedener Augenzahlen, also $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Handelt es sich bei den folgenden Mengen um eine σ -Algebra? Beweise Deine Aussage.

(a) $\mathcal{F} = \{\emptyset; \text{Gerade Augenzahl}; \text{Ungerade Augenzahl}; \Omega\}$

(b) $\mathcal{F} = \{\emptyset; \Omega; \text{Augenzahl ist prim}; \{1\}; \{4\}; \{6\}\}$

(4 Punkte)