Dr. H. Lanzinger
M. Weyhmüller

Winter 2011
04.11.2011
Blatt 3

Übungen zu Stochastik für Wiwi

(Abgabe: Fr., 11.11.2011, vor den Übungen)

1. Es werden ein roter und ein schwarzer Würfel gleichzeitig geworfen. Es handelt sich um faire Würfel, d.h. alle Augenzahlen fallen mit derselben Wahrscheinlichkeit. Wir interessieren uns für die folgenden Ereignisse:

$$A := \{\text{Die Augenzahl des roten Würfels ist gerade}\}$$
$$B := \{\text{Die Augenzahl des schwarzen Würfels ist gerade}\}$$
$$C := \{\text{Die Summe der Augenzahlen ist gerade}\}$$

   (a) Welche der Ereignisse sind paarweise unabhängig?

   (b) Sind alle drei Ereignisse unabhängig?

   Begründe jeweils Deine Antwort.

(4 Punkte)

2. Wir betrachten den Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P})$ und Ereignisse $A \in \mathcal{F}$, sowie $B \in \mathcal{F}$.

   (a) Zeige dass $A^{\mathrm{C}} \cap B^{\mathrm{C}} = (A \cup B)^{\mathrm{C}}$ gilt, indem Du zeigst dass beide Punkte
   - $\left(A^{\mathrm{C}} \cap B^{\mathrm{C}}\right) \subseteq (A \cup B)^{\mathrm{C}}$
   - $\left(A^{\mathrm{C}} \cap B^{\mathrm{C}}\right) \supseteq (A \cup B)^{\mathrm{C}}$

   gelten (also dass alle Elemente von $A^{\mathrm{C}} \cap B^{\mathrm{C}}$ auch in $(A \cup B)^{\mathrm{C}}$ enthalten sind und umgekehrt) .

   (b) Gehen wir davon aus dass A und B unabhängig sind. Zeige unter Verwendung des Aufgabenteils (a) dass A^{C} und B^{C} unabängig sind.

(4 Punkte)

3. Für ein Zufallsexperiment mit zweifachem Würfelwurf betrachten wir den Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P})$ mit
   - $\Omega := \left\{(\omega_1, \omega_2) \middle| \omega_1 \in \{1; \dots; 6\} \text{ und } \omega_2 \in \{1; \dots; 6\}\right\}$
   - $\mathcal{F} := \left\{\emptyset; \Omega; \text{Summe der Augenzahlen ist gerade}; \text{Summe der Augenzahlen ist ungerade}\right\}$
   - $P : \mathcal{F} \to [0, 1]$ mit $P(\emptyset) = 0$, $P(\Omega) = 1$ und $P(A) = 0.5$ für $A \in \mathcal{F} \setminus \{\emptyset; \Omega\}$

   (a) Ist die Funktion $X : \Omega \to \mathbb{R}$ mit $X(j, k) := k + j$ in diesem Fall eine Zufallsvariable? Begründe Deine Antwort.

   (b) Finde eine Funktion $Y : \Omega \to \mathbb{R}$, die eine Zufallsvariable auf diesem Wahrscheinlichkeitsraum ist und zeichne den Graph ihrer Verteilungsfunktion.

(4 Punkte)

4. (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit beim Lotto (6 aus 49) mindestens drei Richtige zu haben, also etwas zu gewinnen?

   (b) An wievielen Ziehungen muss man mindestens teilnehmen um mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 50% etwas zu gewinnen?

(4 Punkte)