Dr. H. Lanzinger
M. Weyhmüller

Winter 2011
18.11.2011
Blatt 5

Übungen zu Stochastik für Wiwi

(Abgabe: Fr., 25.11.2011, vor den Übungen)

1. Die Anzahl der Tore, die eine Fussball-Mannschaft in einem Spiel schießt, lässt sich durch die Poisson-Verteilung modellieren. Bei der Fussball WM 2010 trafen Deutschland und Spanien im Halbfinale aufeinander. Bis zu diesem Spiel hatten beide Mannschaften im Turnier bereits fünf Spiele absolviert. In diesen Spielen erzielte die Deutsche Mannschaft 13 Tore, die spanische lediglich 6.

   (a) Berechne die Wahrscheinlichkeiten aller Ergebnisse des Spiels Deutschland – Spanien, mit weniger als 4 Toren pro Team. Welche Resultate haben eine höhere Wahrscheinlichkeit als das tatsächliche Ergebnis von 0:1?

   (b) Der DFB bezahlt eine Prämie von 8000 Euro für das erste Tor, das die deutsche Mannschaft erzielt. Für jedes weitere Tor gibt es eine Prämie von 2000 Euro. Wie hoch ist die erwartete Prämie?

   Hinweis: Verwende die durchschnittliche Anzahl der Tore, die in den ersten fünf Spielen erzielt wurden, als Erwartungswert für das sechste Spiel.

   (4 Punkte)

2. Ein Basketballspieler trainiert Distanzwürfe. Er beschließt, so lange von einer Position aus zu werfen, bis er einmal getroffen hat. An seinem aktuellen Standort verfehlt er den Korb erfahrungsgemäß mit einer Wahrscheinlichkeit von 60%, unabhängig von den vorherigen Würfen.

   (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er mindestens fünf Versuche benötigt, bis der Ball zum ersten Mal durch das Netz fällt?

   (b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er mindestens acht Versuche benötigt, wenn die ersten drei Würfe bereits daneben gingen?

   (4 Punkte)

3. In der Vorlesung wurde die Faustregel vorgestellt, dass sich die hypergeometrische Verteilung (mit Parametern $k, m, n \in \mathbb{N}$) durch die Binomialverteilung $\mathrm{B}(k, \frac{m}{m+n})$ annähern lässt, sofern $m + n \geq 60$ und $\frac{k}{m+n} < 0{,}1$ gilt.

   Es sei X hypergeometrisch verteilt, mit Parametern $m := 10, n := 50$ und $k := 5$. Außerdem gelte $Y \sim \mathrm{B}(k, \frac{m}{m+n})$. Berechne die absolute und prozentuale Abweichung der Zähldichten von X und Y für alle Werte zwischen 0 und 5 (einschließlich 0 und 5).

   (4 Punkte)

4. Ein Manager ist telefonisch kaum zu erreichen. Es ist egal, wie oft man es schon versucht hat und es spielt auch keine Rolle, zu welcher Tageszeit man es versucht, die Wahrscheinlichkeit, dass ein Gespräch zustande kommt, ist bei jedem Anruf p. Die Zufallsvariable X sei die Anzahl der Versuche, bis zum zweiten Mal eine Unterhaltung stattfindet.

   Berechne $\mathrm{P}(X = k)$ und $\mathbb{E}(X)$.

   Hinweis: Ein Vorgehen wie im Beweis von Proposition 2.4 bietet sich an.

(4 Punkte)

Achtung: Ab sofort werden bei Blättern, die lose (bzw. nur mit gefalteten Ecken) abgegeben werden, sowie bei Blättern mit einem oder drei Namen, zwei Punkte abgezogen. Bitte Namen und slc-Login leserlich auf das Übungsblatt schreiben.