

Unterschiedliche Ansätze zur Risikomessung in Internen Modellen: Ultimatesicht versus Kalendersicht

Dorothea Diers

Preprint Series: 2007-18



Fakultät für Mathematik und Wirtschaftswissenschaften
UNIVERSITÄT ULM

Unterschiedliche Ansätze zur Risikomessung in Internen Modellen: Ultimatesicht versus Kalenderjahressicht

Dorothea Diers

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung.....	2
2	Ultimative Risikosicht bei der stochastischen Schadenreservierung	2
3	Risikomodellierung in der Kalenderjahressicht	5
	3.1 Kalenderjahressicht – Veränderung der ökonomischen Eigenmittel.....	5
	3.2 Simulation der Rückstellungen in der Kalenderjahressicht – „Re-Reserving“	8
	3.3 Berechnung der Risikomarge nach dem Cost-of-Capital-Ansatz.....	11
	3.4 Kalenderjahres-Risikosicht für das Gesamtunternehmen.....	12
4	Literatur.....	13

1 Einleitung

Im Zusammenhang mit Internen Modellen und Solvency II stellt sich die Frage nach der angemessenen Bewertung der unsicheren zukünftigen versicherungstechnischen Cashflows, auf deren Grundlage versicherungstechnischer Ertrag bzw. Risikokapital bestimmt werden können. Des Weiteren sind im Rahmen der Bilanzerstellung (z.B. Solvency II, IFRS, etc.) geeignete Methoden zur Bewertung der Unsicherheit in den Rückstellungen heranzuziehen, um die Risikomarge („risk margin“) zu ermitteln. In Internen Modellen liegt häufig eine ultimative Sicht zur Ermittlung des Risikokapitals für das Reserverisiko zugrunde, die allerdings nicht konsistent zur nach Solvency II geforderten Kalenderjahres-Risikosicht ist. Diese Thematik wurde bereits in der AISAM-ACME-Studie aufgegriffen.¹ So wird in den QIS4-Studien ausdrücklich auf eine solche Risikobetrachtung hingewiesen. In diesem Überblicksaufsatz soll der Unterschied von der ultimativen zur Kalenderjahres-Risikosicht dargestellt werden, die konsistent aus der ultimativen Risikosicht abgeleitet werden kann.

In den Abschnitten 2 und 3 werden zwei unterschiedliche Bewertungsansätze dargestellt, die sich durch die zeitliche Abgrenzung der (stochastischen) Berechnung bzw. Bewertung der Rückstellungen unterscheiden. So werden bei der *ultimativen* Sichtweise bzw. *Ultimatesicht* die stochastischen zukünftigen Cashflows der Schäden inklusive ihrer Schwankung bis zur endgültigen Abwicklung betrachtet. Demnach fließt hier die Unsicherheit der betrachteten Cashflows bis zur endgültigen Abwicklung ein. Die ultimative Sichtweise ist demnach im Rahmen der wert- und risikoorientierten Unternehmenssteuerung von großer Relevanz und sollte in Internen Modellen abgebildet werden. Im Gegensatz dazu liegt der *Kalenderjahressicht* die zeitliche Abgrenzung der Abwicklungsergebnisse auf die einzelnen Kalenderjahre zugrunde. Die Kalenderjahressichtweise erlaubt somit die – im Rahmen von Solvency II relevante – Erstellung ökonomischer Bilanzen und somit die Quantifizierung der Veränderung der ökonomischen Eigenmittel und der zugehörigen Risikokapitalien (Abschnitt 3.1). Sie kann und sollte in Internen Modellen konsistent zur ultimativen Sichtweise modelliert werden. Vor diesem Hintergrund wird in Abschnitt 3.2 ein zur ultimativen Sichtweise konsistenter Modellierungsansatz dargestellt. Auf dieser Basis können in Internen Modellen auch die Risikokapitalien für jedes Jahr des Abwicklungsszenarios ermittelt werden, die für die Berechnung der Risikomarge im Rahmen des Cost-of-Capital-Ansatzes von Bedeutung sind (Abschnitt 3.3).

Die Darstellungen der Gesamtunternehmensergebnisse (aus Versicherungstechnik und Kapitalanlagen), Risikokapitalien und Diversifikationseffekte schließen die Betrachtungen ab.

2 Ultimative Risikosicht bei der stochastischen Schadenreservierung

In diesem Abschnitt skizzieren wir kurz die ultimative Risikosicht bei der Schadenreservierung, um sie in Abschnitt 3 von der Kalenderjahressicht abzugrenzen.

¹ Siehe [AISAM / ACME 2007].

Aus der Tatsache, dass der Verlauf der zukünftigen Schadenzahlungen bereits angefallener (gemeldeter (RBNS) oder noch nicht gemeldeter (IBNR)) und noch nicht abgewickelter Schäden sowohl die nominale Auszahlungshöhe (Reservierungsrisiko) als auch die Auszahlungszeitpunkte (Auszahlungsrisiko)² betreffend ungewiss ist, resultiert das sogenannte Reserverisiko.

Dabei manifestiert sich das Reservierungsrisiko in der Abweichung des unsicheren Endschadenaufwandes von dem Best Estimate-Schätzer für den Erwartungswert des Endschadenaufwandes. Hier wird demnach das Risiko von – bis zur endgültigen Abwicklung auftretenden – Abwicklungsverlusten betrachtet, wobei die Bewertung zum Zeitpunkt $t = 0$ stattfindet und die zukünftigen Cashflows demnach entsprechend zu diskontieren sind.

Für die stochastische Berechnung der Endschäden (bzw. Rückstellungen = Endschäden abzüglich bereits geleisteter Schadenzahlungen) können verschiedene Ansätze Anwendung finden. So kann z.B. *das Modell von Mack* herangezogen werden, das neben der Best Estimate-Rückstellung eine analytische Formel für die Standardabweichung des Prognosefehlers und somit die ersten beiden Momente der Verteilung der Schadenrückstellungen liefert. Mittels Momentenmethode kann dann eine Verteilung (in der Regel Lognormal oder Gamma) angepasst und so die zur Einschätzung des Reserverisikos benötigten Konfidenzniveaus und Quantile ermittelt werden. Bei diesem Ansatz wird demnach nur eine Verteilung der nominalen Schadenrückstellungen, allerdings keine Verteilungen der zukünftigen Cashflows ermittelt.³

Des Weiteren können sogenannte *Bootstrapping-Verfahren* zur Quantifizierung des Reserverisikos angewandt werden, bei denen auf Simulationsbasis zukünftige Cashflows erzeugt werden, so dass Reservierungs- und Auszahlungsrisiko berücksichtigt werden.⁴ Für die Ermittlung des Reserverisikos ist der klassische Bootstrapping-Ansatz um einen weiteren Simulationsschritt (nämlich eine Verteilungsannahme) zur integrierten Modellierung des Prozessrisikos zu erweitern (siehe z.B. [England / Verral 2002]). Die Berechnung diskontierter Rückstellungen kann hier problemlos durchgeführt werden, indem die Cashflows der einzelnen Simulationen z.B. anhand der aktuellen Zinsstrukturkurve diskontiert werden.⁵

Neben den genannten Methoden existiert eine Vielzahl weiterer Verfahren zur stochastischen Reservierung. Hier sind z.B. Regressionsmethoden (siehe z.B. [Christofides 1990]) und Bayes-Ansätze (siehe z.B. [England / Verral 2002] und [England / Verral 2006]) zu nennen. Welche Methoden zur Modellierung des Reserverisikos eingesetzt werden sollten bzw. stabilere Ergebnisse liefern, hängt auch von den zugrunde liegenden Schadendreiecken ab (z.B. Dreiecke mit vollständig oder nicht vollständig abgewickelterm ältesten Anfalljahr, irreguläre oder „glatte“ Dreiecke).

² Bezeichnet man das Reserverisiko als die nominale Abweichung vom Best Estimate (in undiskontierter Darstellung), so spielt die Unsicherheit über die Auszahlungszeitpunkte keine Rolle. Diese wird erst relevant, wenn die Abwicklungsmuster der Ultimates in die Betrachtung einfließen. Dies ist z.B. der Fall, wenn Cashflows ausgewiesen oder Diskontierungseffekte einbezogen werden sollen oder wenn eine Berechnung des Reserverisikos abgegrenzt auf einzelne Kalenderjahre erfolgen soll.

³ Siehe [Mack 2002].

⁴ Siehe hierzu z.B. [England / Verral 2002] oder [Mack 1993].

⁵ Eine Diskontierung der Rückstellungen ist nach HGB-Bilanzierung für die Schaden- und Unfallversicherung allerdings nicht erlaubt. In der ökonomischen Betrachtungsweise ist eine Diskontierung sinnvoll.

In der Regel wird bei der Anwendung stochastischer Reservierungsverfahren darauf geachtet, dass der simulierte Mittelwert mit dem Best Estimate aus dem im Unternehmen zugrunde liegenden Reservierungsmodell nahezu übereinstimmt, so dass der Erwartungswert des ultimativen Abwicklungsergebnisses etwa bei Null liegt.⁶

Abbildung 1 (links) zeigt verschiedene Perzentile der kumulierten Auszahlungen für das Anfalljahr 2006 in den Jahren 2006-2015 (Abwicklungsjahre 1 bis 10) einer Kraftfahrt-Haftpflicht-Sparte (Beispieldaten KH), die durch Anwendung stochastischer Reservierungsverfahren ermittelt wurden.⁷ Bei dem 1. Abwicklungsjahr handelt es sich um das bekannte Jahr 2006. Demnach stehen die Zahlungen des 1. Abwicklungsjahres bereits fest und sind deshalb deterministisch. In den folgenden Abwicklungsjahren nimmt die Schwankung aufgrund der zunehmenden Anzahl der Projektionsperioden sukzessive zu. In der rechten Abbildung ist die Entwicklung der kumulierten Auszahlungen für das Anfalljahr 2005 in den Jahren 2005-2014 (Abwicklungsjahre 1 bis 10) dargestellt, für das zum Betrachtungszeitpunkt bereits zwei Abwicklungsjahre (nämlich 2005 und 2006) bekannt sind. Hieraus resultiert die insgesamt geringere Schwankung.

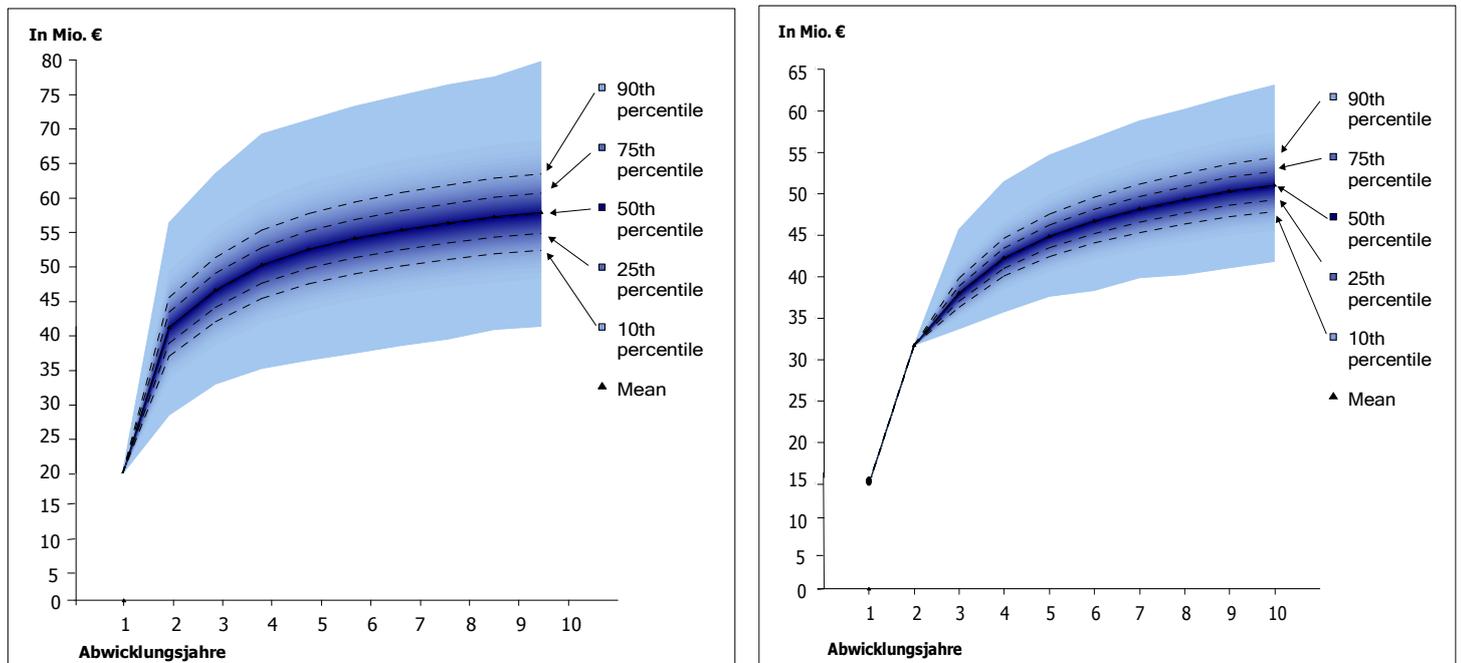


Abbildung 1: Kumulierte Auszahlungen des Anfalljahres 2006 (links) und 2005 (rechts) der Beispielsparte KH

⁶ Dies kann durch Anwendung von additiven oder multiplikativen Verfahren geschehen. Siehe hierzu [England / Verrall 2002].

⁷ Die Abwicklungsdauer in den Haftpflichtsparten erstreckt sich oft über mehr als 10 Jahre. In diesem Beispiel wurden nur die ersten 10 Jahre dargestellt.

3 Risikomodellierung in der Kalenderjahressicht

3.1 Kalenderjahressicht – Veränderung der ökonomischen Eigenmittel

Die in Abschnitt 2 zugrunde liegende Betrachtungsweise ist die Ultimatesicht, bei der die Cashflows mit ihrer Schwankung bis zu ihrer endgültigen Abwicklung einbezogen werden. Im Rahmen von Solvency II soll im Gegensatz zur Ultimatesicht eine ökonomische Kalenderjahressicht eingenommen werden, mit der folgende Fragestellung beantwortet werden kann: Welche Veränderung erfahren die ökonomischen Eigenmittel innerhalb des dem Betrachtungszeitpunkt folgenden Jahres (von $t = 0$ bis $t = 1$, siehe Abbildung 2)?

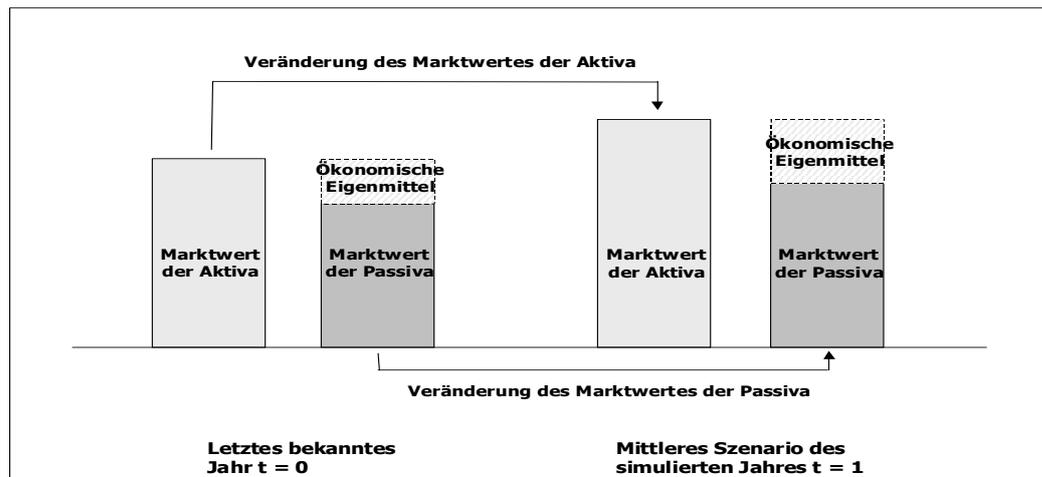


Abbildung 2: Veränderung des Marktwertes der Aktiva und der Passiva in der Kalenderjahressicht

Bei dieser Fragestellung wird Wertveränderung der ökonomischen Eigenmittel auf das nächste simulierte Kalenderjahr abgegrenzt. Hierzu hat am Ende eines jeden Kalenderjahres eine (stochastische) Neuberechnung der Rückstellungen zu erfolgen. Das Kalenderjahres-Abwicklungsergebnis stellt sich dann als Differenz der Prognose für den Endscha-denstand im Zeitpunkt $t = 0$ und der Prognose für den Endscha-denstand im Zeitpunkt $t = 1$ dar.⁸ In dieser Sichtweise werden das Abwicklungsergebnis und somit auch das hierauf basierende Reserverisiko auf die einzelnen Kalenderjahre abgegrenzt. Eine solche Abgrenzung ist analog für das Anfalljahresergebnis, das wir mit AnJ_K bezeichnen, und somit auch für das hierauf basierende Zeichnungsrisiko durchzuführen.

Der für das zukünftige Kalenderjahr t prognostizierte ökonomische Gewinn $ÖkErg_Ges_t$ kann durch die Veränderung der ökonomischen Eigenmittel innerhalb dieses Kalenderjahres dargestellt werden (siehe Abbildung 1):⁹

$$(1) \quad \ddot{ö}EM_t - \ddot{ö}EM_{t-1} = \ddot{ö}Erg_Ges_t.$$

⁸ Das Abwicklungsergebnis in der Kalenderjahressicht bezieht sich wie das Abwicklungsergebnis in der ultimativen Sicht nur auf die Abwicklung von Schäden vorangegangener Anfalljahre.

⁹ Etwas vereinfachte Darstellung, z.B. Vernachlässigung der sonstigen Aktiva und Passiva. Siehe hierzu auch [Osetrova / Schmeiser 2005].

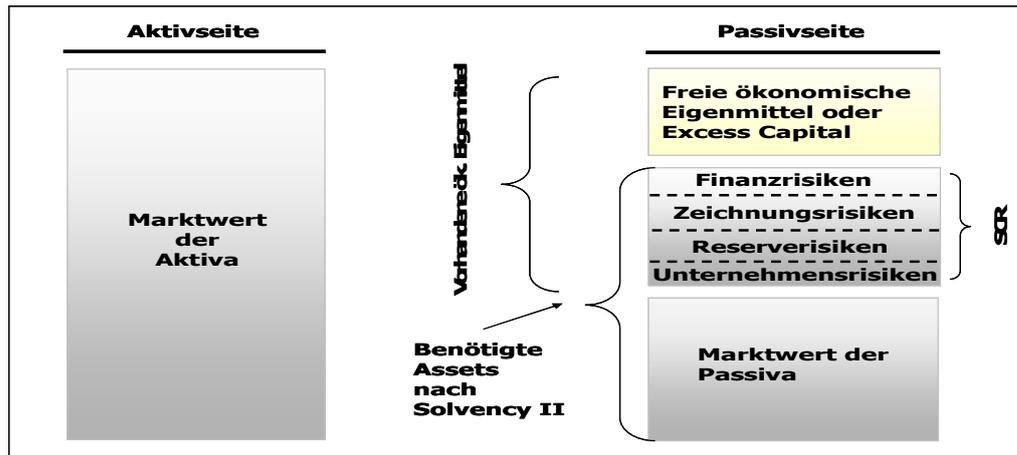


Abbildung 3: Komponenten einer Marktwertbilanz¹⁰

Mit Hilfe der Zerlegung des ökonomischen Gesamtergebnisses können versicherungstechnisches Risiko, Kapitalanlage- und operationale Risiken definiert und quantifiziert werden:

$$(2) \quad \ddot{O}kErg_{Ges}_t = \ddot{O}kErgKA_t + \ddot{O}kErgvt_t - O_t - A_t.$$

Hierbei bezeichnen wir mit O_t den Einfluss der operationalen Risiken und mit A_t die Steuern und Gewinnausschüttung an die Anteilseigner.

Für eine ökonomische Bewertung der Kapitalanlagen (KA) wird der Kapitalanlagebestand (unter Berücksichtigung der Einflüsse der versicherungstechnischen Cashflows) im Zeitpunkt $t = 0$ mittels Kapitalmarktszenarien, die stochastischen Real World Modellen entstammen, und einer Vielzahl von Managementregeln für ein Jahr oder in mehrjährigen Modellen für mehrere Jahre fortgeschrieben. Analog zum versicherungstechnischen Ergebnis, das pro Sparten-Kundengruppen-Kombination ermittelt werden kann, kann auch das ökonomische KA-Ergebnis je nach Modellierungstiefe auf der kleinsten Ebene der modellierten Assets dargestellt werden.

Das ökonomische Kapitalanlageergebnis $\ddot{O}kErgKA_t$ errechnet sich aus den Ergebnissen $\ddot{O}kErgAsset_t^a$ der einzelnen Assetklassen $a \in A$ am Ende des Jahres t . Somit wird der ökonomische Gewinn auf der kleinsten Ebene der modellierten Assets berechnet:¹¹

$$(3) \quad \ddot{O}kErgKA_t = \sum_{a \in A} \ddot{O}kErgAsset_t^a \quad \text{und}$$

$$(4) \quad \ddot{O}kErgAsset_t^a = MWE_t^a + Ert_t^a + Til_t^a - MWA_t^a - AufKA_t^a,$$

mit dem Marktwert MWE_t^a von a am Ende des Jahres t vor Neuanlage bzw. Verkauf, dem Marktwert MWA_t^a von a am Anfang des Jahres t nach Neuanlage bzw. Verkauf, den Er-

¹⁰ Der Marktwert der Passiva entspricht dem Best Estimate der Rückstellungen, den sonstigen Passiva und der Risikomarge.

¹¹ In dem ökonomischen KA-Ergebnis sind alle der Kapitalanlage zuzuordnenden Kostenpositionen zu berücksichtigen. A bezeichne die Menge aller Assetklassen.

trägen Ert_t^a von a im Jahr t , den Tilgungen Til_t^a von a im Jahr t und den Aufwendungen für Kapitalanlagen $AufKA_t^a$ am Jahresende, die ebenfalls den einzelnen Assetklassen zugeordnet werden sollten.¹²

Um eine unterjährige Steuerung der Kapitalanlagen zu ermöglichen, kann das ökonomische Kapitalanlageergebnis – wenn dies gewünscht ist – auch unterjährig berechnet werden.¹³

Das versicherungstechnische Ergebnis $\ddot{O}kErgvt_t$ ermittelt sich aus den Ergebnissen, auf deren Basis Zeichnungs- und Reserverisiko bestimmt werden können:

(5) $\ddot{O}kErgvt_t$

$$\begin{aligned}
 &=^{14} \quad B_t - K_t - U_t && \left. \vphantom{B_t - K_t - U_t} \right\} \text{Anfalljahresergebnis} \\
 & && \left. \vphantom{B_t - K_t - U_t} \right\} \text{Zeichnungsris. (Kal.jahr)} \\
 & \quad - P_t + P_{t-1}, && \left. \vphantom{- P_t + P_{t-1}} \right\} \text{Abwicklungsergebnis} \\
 & && \left. \vphantom{- P_t + P_{t-1}} \right\} \text{Reserverisiko Kalenderjahr}
 \end{aligned}$$

mit

- B_t : verdiente Beitragseinnahmen in t ,
 K_t : Kosten (Betriebskosten, Provisionen, interne Schadenregulierungskosten, Feuerschutzsteuer) in t ,
 U_t : Prognose für den Endschadenstand für Geschäftsjahresschäden im Zeitpunkt t ,
 P_t : Prognose für den Endschadenstand für Vorjahresschäden (in Bezug auf t) im Zeitpunkt t ,
 P_{t-1} : Prognose für den Endschadenstand für Vorjahresschäden (in Bezug auf t) im Zeitpunkt $t-1$,

wobei alle versicherungstechnischen Größen wie Beiträge, Schadenzahlungen, Schadenrückstellungen (diskontiert) und Kosten als Nettogrößen, d.h. nach Rückversicherung, betrachtet und die externen Schadenregulierungskosten zusammen mit dem Schaden erfasst werden und – genau wie die Kapitalanlageergebnisse – Zufallsgrößen sind, die es (auf der Basis von Beobachtungen) zu prognostizieren gilt.¹⁵

In Internen Modellen werden die Zeichnungsrisiken zunächst brutto modelliert¹⁶ und die Rückversicherungsverträge auf Einzelvertragsebene abgebildet. Dies ermöglicht eine Be-

¹² Mit Erträgen sind hier Zinsen inklusive aufgelaufener Stückzinsen, Dividenden und Mieten bezeichnet. Es handelt sich hierbei um Erträge nach Ausfall (von Zinspapieren). Tilgungen treten nur bei Zinspapieren auf. Wenn die Summe aus Erträgen und Tilgungen der Aktiva und vt. Cashflow positiv ist, wird diese Summe neu in Assets angelegt (ggf. findet ein Rebalancing statt). Ist die Summe negativ, werden Assets verkauft, um den Fehlbetrag auszugleichen.

¹³ Allerdings muss in diesem Fall auch der versicherungstechnische Cashflow unterjährig vorliegen.

¹⁴ Diese Gleichung beschreibt die Trennung in Zeichnungs- und Reserverisiko in der Kalenderjahressicht.

¹⁵ Dabei geschieht die Prognose auf der Basis von Beobachtungen (Schäden der Vergangenheit). Zur Modellierung in Internen Modellen siehe [Diers 2007].

¹⁶ Eine Modellierung auf Nettobasis wäre schon alleine aufgrund der sich ändernden Rückversicherungsstruktur nicht möglich.

wertung des Bruttogeschäftes nach Ertrags- und Risikogesichtspunkten und eine Beurteilung einzelner Rückversicherungsverträge oder alternativer Rückversicherungsstrukturen auf ihre Effizienz.

Die Prognosen für die Endschadenstände U_t und P_t können z.B. mittels *Re-Reserving* berechnet werden, was bedeutet, dass in jedem Simulationspfad im Zeitpunkt t eine „Best Estimate“-Schätzung eines „automatisierten Aktuars“¹⁷ durchgeführt wird. So liegt dem für das zukünftige Kalenderjahr t prognostizierten ökonomischen Gewinn $ÖkErg_Ges_t$ eine auf ein Kalenderjahr abgegrenzte Risikosicht zugrunde. Risiken, die sich erst in späten Abwicklungsjahren realisieren, zeigen sich in mehrjährigen Risikomodellen demnach erst in späteren simulierten Kalenderjahren.¹⁸

Die Versicherungstechnik stellt der Kapitalanlage den Anlagebetrag zur Verfügung und würde ansonsten den risikolosen Zins darauf erwirtschaften können. Deswegen sollte der Versicherungstechnik und auch den sonstigen Passivpositionen dieser risikolose Zins (auf die diskontierten Rückstellungen, das zugeteilte Risikokapital, etc.) auch gutgeschrieben werden und gleichermaßen die Kapitalanlage um diesen Betrag belastet werden.

Mittels dieser Ergebnisgrößen kann nun das benötigte Risikokapital (als Abweichung von Null) berechnet werden. Eine Alternative besteht darin, als Risiko die Abweichung vom Erwartungswert zu messen. Dann sind zur Risikokapitalberechnung die Ergebnisgrößen um den Erwartungswert zu vermindern. (Diese Risikodefinition wurde in den QIS 3 gewählt). Im Gegenzug ist der Erwartungswert bei den ökonomischen Eigenmitteln zu berücksichtigen.

Die Kapitalgeber werden auf das von ihnen zur Verfügung gestellte Kapital eine risikoorientierte Mindestverzinsung (die sogenannten Kapitalkosten) verlangen. Diese Anforderung wird in bestimmten Kennzahlen, z.B. dem *Economic Value Added* (EVA), als Abzugsterm berücksichtigt, so dass dann das erwartete Ergebnis gemessen wird, das über die zu erwirtschaftenden Kapitalkosten hinausgeht.

3.2 Simulation der Rückstellungen in der Kalenderjahressicht – „Re-Reserving“

Der Unterschied zwischen den vt. ökonomischen Ergebnissen in der Kalenderjahres- und der Ultimatesicht liegt in den unterschiedlichen Zeitpunkten der Bewertung der versicherungstechnischen Rückstellungen (siehe Abbildung 4).¹⁹ Diese findet in der Ultimatesicht im Betrachtungszeitpunkt $t = 0$ statt. Hier werden die zukünftigen Cashflows bis zur endgültigen Abwicklung der Schäden in $t = \omega$ simuliert. Demnach wird bei Heranziehung des ultimativen Abwicklungsergebnisses ultimativer Risikokapitalbedarf ermittelt. Im Gegensatz hierzu hat gemäß Solvency II eine Abgrenzung auf das nächste Kalenderjahr stattzufinden, bei der die Veränderung der Rückstellungen und somit das Abwicklungsergebnis des nächsten Jahres zu bewerten ist.

¹⁷ eine Diskussion bzgl. der Möglichkeiten und Einschränkungen wird an dieser Stelle nicht geführt, ist aber notwendig

¹⁸ Zu der analytischen Darstellung der Berechnung von Abwicklungsergebnissen auf der Basis des Chain-Ladder-Modells siehe [Wüthrich / Merz / Lysenko].

¹⁹ Wir vernachlässigen an dieser Stelle die „Sonstigen Passiva“.

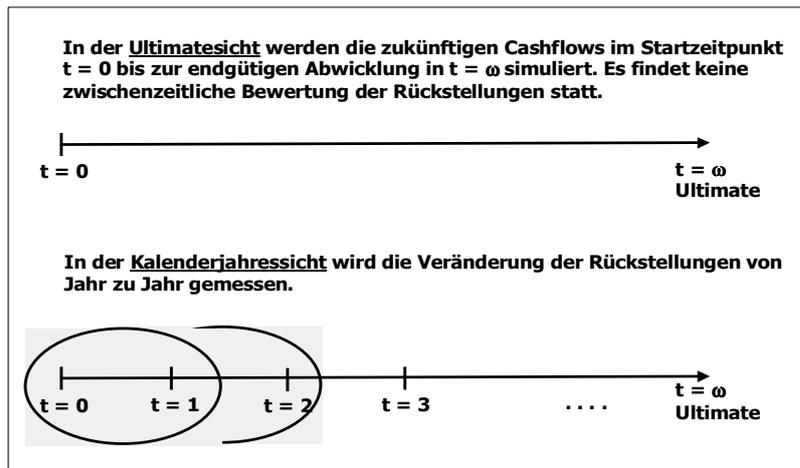


Abbildung 4: Reservierungszeitpunkte ultimative versus Kalenderjahressicht

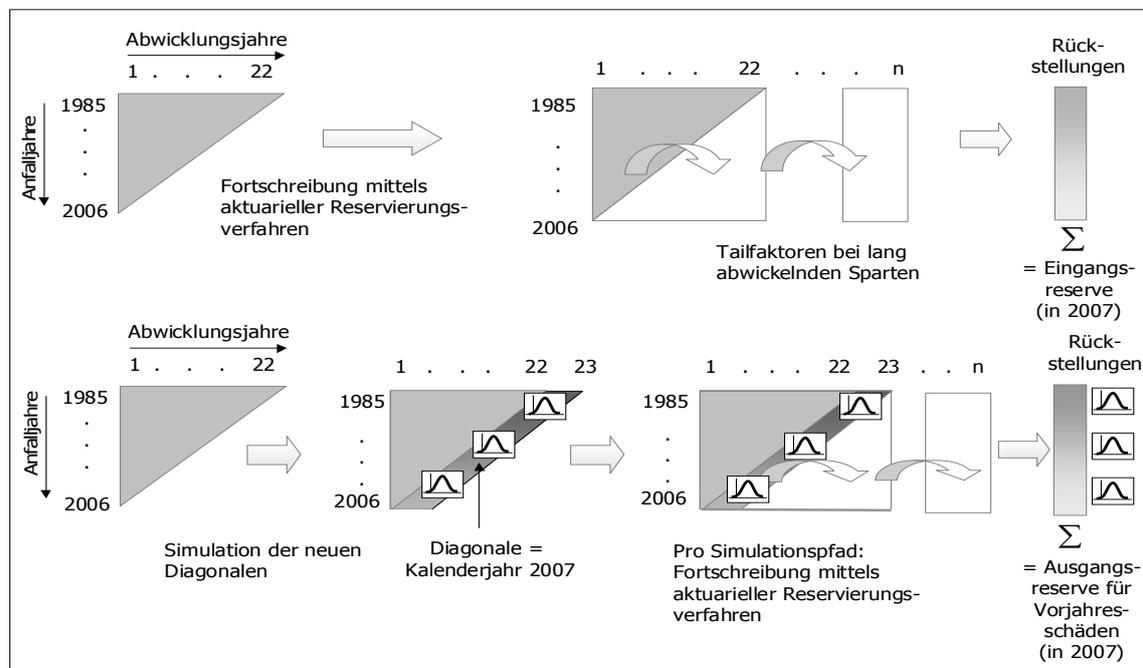


Abbildung 5: Eingangs- und Ausgangsreserve in der Kalenderjahressicht

Wie in Abbildung 5 dargestellt, wird der Schätzer für die Eingangsreserve \hat{R} mittels Anwendung aktueller Reservierungsverfahren im Zeitpunkt $t = 0$ ermittelt. Für die Berechnung der Ausgangsreserve R_A findet in $t = 1$ eine actuarielle Neubewertung der Rückstellungen statt. Hierzu wird zunächst ein Schadenreservierungsmodell festgelegt, auf dem die stochastische Reservierung aufsetzen soll. So kann das Abwicklungsdreieck mit den Anfalljahren 1985-2006 um eine Vielzahl (z.B. 100.000) simulierter Diagonalen für das Kalenderjahr 2007 ergänzt werden, indem z.B. gemäß gewähltem stochastischen Reservierungsmodell die zukünftigen Cashflows für das zu simulierende Kalenderjahr 2007 erzeugt werden. Dieser Wissensstand entspricht dem des „gedanklichen Aktuars im Modell“ („actuary in the box“) am Ende des Kalenderjahres 2007. Auf dieser Basis kann in

jedem Simulationspfad eine Best-Estimate-Schätzung gemäß dem zugrunde liegenden Reservierungsmodell durchgeführt werden.²⁰

In Abbildung 6 sind die mittels 100.000 Simulationen erzeugten kumulierten Cashflows eines Anfalljahres (hier: 2005) am Beispiel der KH-Sparte in der ultimativen und in der Kalenderjahressicht dargestellt. Bei den exemplarisch weiß hervorgehobenen Cashflows in der linken und rechten Abbildung handelt es sich um denselben Simulationspfad. Somit stimmen die simulierte Zahlungen für das 3. Abwicklungsjahr 2007, was dem ersten simulierten Jahr entspricht, in beiden Abbildungen überein. Die Zahlungen bis 2006 sind bekannt und somit deterministisch. Da in der linken Abbildung die ultimative Sicht zugrunde gelegt wird, werden hier die weiteren Zahlungen (ab 2008) inklusive der Schwankungen bis zur endgültigen Abwicklung der Schäden simuliert. In der Kalenderjahressicht (rechte Abbildung) findet stattdessen am Ende des prognostizierten Jahres 2007 in jedem Simulationspfad – gemäß zugrunde liegendem Reservierungsmodell – eine Best Estimate-Schätzung der Rückstellungen statt („actuary in the box“). Der weiß hervorgehobene Cashflow weist z.B. im 5. Abwicklungsjahr eine sehr hohe Auszahlung aus, die in der rechten Abbildung unterschätzt wird. Dies führt zu einer zu geringen Rückstellung in diesem Simulationspfad. Umgekehrte Effekte sind ebenfalls möglich.

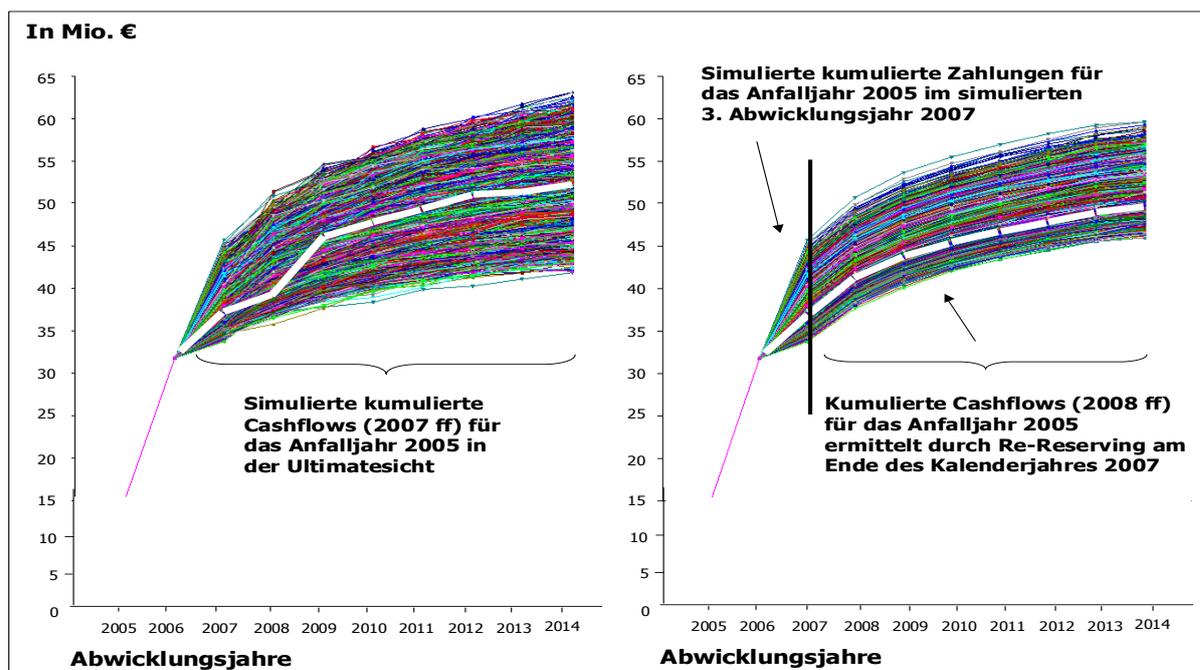


Abbildung 6: Simulierte kumulierte Brutto-Cashflows des Anfalljahres 2005 der Sparte KH in der Ultimate- und in der Kalenderjahressicht (Cashflowmuster durch Re-Reserving)

Abbildung 7 (rechts) stellt die Perzentilgraphen der Abwicklungsergebnisse in der ultimativen und der Kalenderjahressicht inklusive ausgewiesenem Risikokapital für das Reserverisiko zum Risikomaß *Tail-Value-at-Risk* mit Sicherheitsniveau 99,8% für einen Beispielbestand dar. Bei 100.000 Simulationen wird dementsprechend der Mittelwert der schlechtesten 200 Simulationen als Risikokapital berechnet.²¹ Das Risikokapital liegt mit

²⁰ Hierbei wird als Annahme zugrunde gelegt, dass das Schadenreservierungsmodell bzw. die Reservierungsmethode fest vorgegeben ist.

²¹ Eine Perzentilfunktion ist im mathematischen Sinne die Umkehrfunktion der Verteilungsfunktion einer Zufallsvariable, die allerdings für eine Vielzahl von Verteilungsfunktionen nicht definiert ist. In Simulati-

30 Mio. € in der Kalenderjahressicht deutlich unter dem entsprechenden Wert von 71 Mio. € in der Ultimatesicht.

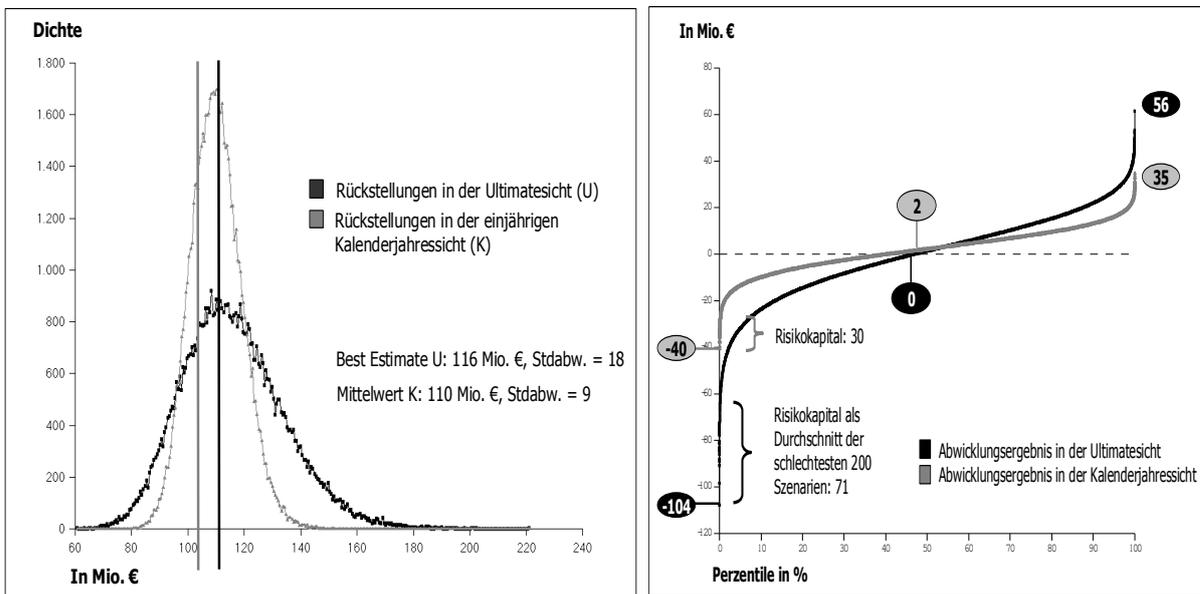


Abbildung 7: Häufigkeitsverteilungen der Brutto-Rückstellungen (links) und Perzentilgraphen der Brutto-Abwicklungsergebnisse (rechts) der Sparte KH in der Ultimate- und der Kalenderjahressicht

Analoge Berechnungen sind für das Zeichnungsrisiko notwendig. Dieses lässt sich in mehrjährigen Modellen in das Reserverisiko überführen, indem man z.B. die erste Zahlung des neuen Anfalljahres über eine Beta-Verteilung schätzt und dann analog, wie oben beschrieben, pro Simulationspfad neue Reserveschätzungen bestimmt.

3.3 Berechnung der Risikomarge nach dem Cost-of-Capital-Ansatz

Während der Quantilsansatz zur Berechnung des Marktwertes der versicherungstechnischen Verpflichtungen (z.B. 75%-Quantil der Rückstellungen) leicht aus Abbildung 7 berechnet werden kann, ist bei Anwendung des Cost-of-Capital-Ansatzes zur Ermittlung der Risikomarge die Risikokapitalanforderung für jedes Jahr des Abwicklungsszenarios zu prognostizieren. In Internen Modellen kann die Risikomarge nach dem Cost-of-Capital-Ansatz mit Hilfe des in Abschnitt 3.1 definierten Abwicklungsergebnisses berechnet werden, wobei n im Folgenden so groß zu wählen ist, dass alle Schäden der Anfalljahre $1 \leq i \leq I$ vollständig abgewickelt sind. Es werden folgende Abwicklungsergebnisse betrachtet:

$$\begin{aligned} & \ddot{O}kAbwErg_K_{t=1} \\ & = \text{Best Estimate der Rückstellungen}_{t=0} - \text{Re-Reservierte Rückstellung}_{t=1} \end{aligned}$$

onstools kann ein Perzentilgraph einfach erzeugt werden, indem die simulierten (z.B. 100.000) Werte der Größe nach sortiert angeordnet werden. Der Tail-Value-at-Risk (Expected Shortfall) stellt im Zusammenhang mit stetigen Verteilungen ein kohärentes Risikomaß dar. An dieser Stelle soll keine Diskussion über Vor- und Nachteile kohärenter Risikomaße bzw. des Tail-Value-at-Risk im Besonderen geführt werden (siehe hierzu z.B. [Koycorz 2004]). Diese ist aber notwendig.

und

$$\ddot{O}kAbwErg_K_{t>1}$$

$$= \text{Re-Reservierte Rückstellung}_{t-1} - \text{Re-Reservierte Rückstellung}_t, \quad 2 \leq t \leq n.$$

Die mittels Re-Reserving ermittelten Rückstellungen sind – wie in Abschnitt 3.2 beschrieben – stochastische Größen. Die so definierten Abwicklungsergebnisse ziehen wir zur Definition des Risikokapitals (z.B. Tail-Value-at-Risk zum Sicherheitsniveau 99,8%) für jedes zukünftige Abwicklungsjahr heran:

$$\text{Risikokapital}_t = \text{TVaR}_{0,2\%}(-\ddot{O}kAbwErg_K_t).^{22}$$

So kann die Risikomarge folgendermaßen dargestellt werden

$$\text{Risikomarge} = \sum_{t=1}^n \frac{CoC_t}{(1+r_t)^t},$$

mit den risikoneutralen Zinssätzen r_t für die Laufzeit t und den Kosten CoC_t des Risikokapitals Risikokapital_t ,

$$CoC_t = CoC\% \cdot \text{Risikokapital}_t.$$

In den QIS-Studien wurde CoC-% bislang mit 6% (über dem risikofreien Zinssatz) angesetzt. Der Marktwert der Passiva errechnet sich dann aus dem Best Estimate zuzüglich der Risikomarge.²³

3.4 Kalenderjahres-Risikosicht für das Gesamtunternehmen

Zur Ermittlung des ökonomischen Ergebnisses $\ddot{O}kErg_Ges_K$ für das Gesamtunternehmen sind die ökonomischen Ergebnisse der Kapitalanlagen $\ddot{O}kErgKA_K$ und der Versicherungstechnik $\ddot{O}kErg_vt_K$ ²⁴ unter geeigneter Berücksichtigung von Abhängigkeiten zwischen den Zufallsvariablen – hier wurde eine lineare Korrelation von 10% unterstellt – zusammenzufassen

²² Je nach Risikodefinition kann hier auch die Abweichung vom Erwartungswert gemessen werden, also $\text{Risikokapital}_t = \text{TVaR}_{0,2\%}(-\ddot{O}kAbwErg_K_t) - E(-\ddot{O}kAbwErg_K_t)$.

²³ Zuzüglich des Marktwertes der sonstigen Passiva.

²⁴ Bei der Ermittlung des versicherungstechnischen Ergebnisses sind Abhängigkeiten zwischen den Zufallsvariablen zur Quantifizierung des Zeichnungs- und des Reserverisikos zu berücksichtigen. Während bei den kurz abwickelnden Sachsparten diesbezüglich sicherlich keine nennenswerten Abhängigkeiten bestehen, treten bei den lang abwickelnden Haftpflicht-Sparten wie AH oder KH durchaus positive Abhängigkeiten auf, die z.B. durch Gesetzesänderungen oder Änderungen in der Reservierungs- und Regulierungspraxis hervorgerufen werden und sich auf alle neuen und noch offenen Schäden beziehen. Auch zwischen den Zeichnungsrisiken verschiedener Sparten sind geeignete Abhängigkeiten zu berücksichtigen. Dasselbe gilt für Reserverisiken verschiedener Sparten.

$$\ddot{O}kErg_{Ges_K}(1) = \ddot{O}kErg_{KA_K} + \ddot{O}kErg_{vt_K} = \ddot{O}kEM_1 - \ddot{O}kEM_0(1).$$

Das ökonomische Ergebnis $\ddot{O}kErg_{Ges_K}(1)$ entspricht somit der Veränderung der ökonomischen Eigenmittel $\ddot{O}kEM_1 - \ddot{O}kEM_0(1)$, wobei (1) angibt, dass hier vereinfachend die Veränderung vor Steuern und Gewinnausschüttung an die Anteilseigner und unter Vernachlässigung der operationalen Risiken betrachtet wird.

Zum Abschluss soll ein Beispiel gegeben werden. Abbildung 8 zeige die Risikokapitalien und den entstehenden Diversifikationseffekt zwischen versicherungstechnischem Ergebnis und Kapitalanlageergebnis.

	Risikokapital TVaR 99,8%
Ök. vt. Ergebnis netto (Kalenderj.)	52 Mio. €
Ök. KA-Ergebnis (Kalenderj.)	27 Mio. €
Summe	79 Mio. €
Diversifikationseffekt	19 Mio. €
Ök. Gesamtergebnis (Kalenderj.)	60 Mio. €
RoRAC Gesamt (Kalenderj.)	13,7%

Abbildung 8: Risikokapital und Diversifikationseffekte zwischen Vt. und KA in der Kalenderjahressicht

Seien nun 80 Mio. € ökonomische Eigenmittel $\ddot{O}kEM_0$ – definiert als Differenz des Marktwertes der Aktiva und der Passiva in $t = 0$ – vorhanden, wobei der Marktwert der Passiva als Best Estimate zuzüglich der gemäß CoC-Ansatz berechneten Risikomarge ermittelt wird. Dann erhalten wir eine Überdeckungsquote(1) von 133% (80 Mio. € / 60 Mio. €). Hierbei ist zusätzlich die zukünftige Anrechenbarkeit der Eigenmittel unter Solvency II zu berücksichtigen, welche die Qualität der Eigenmittel widerspiegeln soll (sogenannte Tier-Struktur), die allerdings noch nicht endgültig feststeht.

Durch Summation der Zufallsvariablen $\ddot{O}kErg_{Ges_K}$ und $\ddot{O}kEM_0$ (was einer deterministischen Verschiebung um +80 Mio. € entspricht) ergibt sich die Zufallsvariable und somit auch die simulierte Verteilung der ökonomischen Eigenmittel $\ddot{O}kEM_1(1)$ im Zeitpunkt $t = 1$, anhand welcher z.B. die Shortfall-Wahrscheinlichkeit eines vollständigen Verzehrs der ökonomischen Eigenmittel abgelesen werden kann.

4 Literatur

- [AISAM / ACME 2007] AISAM-ACME study on Non-life long tail liabilities – Reserve risk and risk margin assessment under Solvency II, 2007
- [Braun 2004] Braun, C. (2004): The Prediction Error of the Chain Ladder Method Applied to Correlated Run-Off Triangles, ASTIN Bulletin, Vol.34, No.2, pp. 399-423
- [CAS 2005] CAS Working Party on Quantifying Variability in Reserve Estimates (2005): The Analysis and Estimation of Loss and ALAE Variability: A Summary Report.” CAS Forum (Fall): 29-146
- [CEIOPS / GDV 2007] Unterlagen zu den dritten Quantitativen Impact Studies (QIS3)
- [Christofides 1990] Christofides, S. (1990): Regression Models based on log-incremental payments, Claims Reserving Manual, Vol 2, Institute of Actuaries

-
- [Diers 2007] Diers, D. (2007): Interne Unternehmensmodelle in der Schaden- und Unfallversicherung – Entwicklung eines stochastischen internen Modells für die wert- und risikoorientierte Unternehmenssteuerung und für die Anwendung im Rahmen von Solvency II, ifa-Verlag (www.ifa-ulm.de)
- [England 2002] England, P. (2002): Addendum to “Analytic and bootstrap estimates of prediction errors in claims reserving”; Insurance: Mathematics and Economics, Volume 31, No. 3, S. 461-466
- [England / Verrall 1999] England, P.; Verrall, R. (1999): Analytic and bootstrap estimates of prediction errors in claims reserving; Insurance: Mathematics and Economics 25, S. 281-293
- [England / Verrall 2002] England, P.; Verrall, R. (2002): Stochastic Claims Reserving in General Insurance; British Actuarial Journal 8, III, S. 443-544
- [England / Verrall 2006] England, P.D. Verrall, R.J. (2006): Predictive Distributions of Outstanding Liabilities in General Insurance, submitted to “Annals of Actuarial Science”
- [Faculty and Institute of Actuaries 1989] Faculty and Institute of Actuaries (1989): Claims Reserving Manual, Volume 1 & Volume 2
- [Institute of Actuaries 2002] Institute of Actuaries (2002): Claims Reserving Working Party Paper, Graham Lyons, Chairman
- [Mack 1993] Mack, T. (1993): Distribution-Free Calculation of the Standard Error of Chain Ladder Reserve Estimates, ASTIN Bulletin, 23:2, p.213-225
- [Mack 1994] Mack, T. (1994): Measuring the Variability of Chain Ladder Reserve Estimates, CAS
- [Mack 1995] Mack, T. (1995): Which Stochastic Model is Underlying the Chain Ladder Method?, CAS Forum, Spring vol.1, p.101-182
- [Mack 1999] Mack, T. (1999): Standard Error of Chain Ladder Reserve Estimates: Recursive Calculation and Inclusion of a Tail Factor, ASTIN Bulletin, 29:2, p.361-6
- [Mack 2002] Mack, T. (2002): Schadenversicherungsmathematik; Schriftenreihe Angewandte Versicherungsmathematik, DGVM, VVW Karlsruhe, Heft 28, 2. Auflage
- [Mack / Venter 2000] Mack, T. and Venter, G. (2000): A Comparison of Stochastic Models that reproduce Chain Ladder Reserve Estimates, Insurance: Mathematics and Economics, 26, no.: 1, 101-107
- [McCullagh / Nelder 1989] McCullagh, P., Nelder J. (1989): Generalized Linear Models (2nd Edition). Chapman and Hall, London
- [Osetrova / Schmeiser 2005] Osetrova, A.; Schmeiser, H. (2005): Interne Risikosteuerungsmodelle aus wissenschaftlicher Sicht; Working Papers on Risk Management and Insurance No. 11, Universität St. Gallen
- [Radtke / Schmidt 2004] Radtke, M.; Schmidt, K.: Handbuch zur Schadenreservierung, Karlsruhe (VVW), 2004
- [Swiss Re 2002] Swiss Re (2002): Die globale Nicht-Leben Versicherung in einer Zeit der Kapazitätsknappheit; Sigma Nr. 4/2002
- [Swiss Re 2005] Swiss Re (2005): Kapitalkosten und Unternehmenswert in der Versicherung: Theorie und Implikationen für die Praxis; Sigma Nr. 3/2005
- [Wüthrich / Merz / Lysenko] Wüthrich, M.; Merz, M.; Lysenko, N.: Uncertainty of the Claims Development Result in the Chain Ladder Method; <http://www.math.ethz.ch/~wueth/Papers>